

Perbandingan Estimasi Premi Asuransi Jiwa *Joint Life* dengan Menggunakan Asumsi Kebebasan Mortalita dan Metode *Copula*

FUJI LESTARI DAN AZIZAH DZAKIYA

PROGRAM STUDI SAINS AKTUARIA, JURUSAN SAINS, INSTITUT TEKNOLOGI SUMATERA
JL. TERUSAN RYACUDU, WAY HUWI, KEC. JATI AGUNG, KABUPATEN LAMPUNG SELATAN,
LAMPUNG 35365

EMAIL: FUJI.LESTARI@AT.ITERA.AC.ID, AZIZAH.119410027@STUDENT.ITERA.AC.ID

Abstrak

Setiap perseorangan pasti mempunyai risiko yang ditanggungnya, baik itu risiko yang ditanggung pada masa kini ataupun masa depan. Risiko kematian adalah risiko yang pasti akan terjadi bagi perseorangan. Oleh karena itu, dibutuhkan salah satu jenis perlindungan agar bisa mengatasi risiko kematian. Salah satu jenis perlindungan yang biasa digunakan adalah mengikuti asuransi jiwa. Asuransi jiwa yang umumnya diikuti oleh pasangan suami istri adalah asuransi jiwa *joint life*. Pemegang polis dari asuransi tersebut umumnya adalah pasangan suami dan istri. Penelitian ini membandingkan estimasi premi asuransi jiwa *joint life* dengan menggunakan asumsi kebebasan mortalita dan metode *copula Archimedean*. Data penelitian ini menggunakan data Tabel Mortalitas Badan Penyelenggara Jaminan Sosial (BPJS) tahun 2022 dengan berbagai asumsi, yaitu asumsi usia pasangan suami istri, jangka waktu jenis asuransi, dan suku bunga yang dipakai sebesar 6% per tahun. Premi yang dihitung menggunakan asumsi risiko kematian tidak saling bebas menggunakan metode *copula clayton* lebih rendah dibandingkan dengan menggunakan asumsi kebebasan mortalita, *copula Frank*, dan *copula Gumbel*. Selain itu, perbedaan umur antara suami dan istri juga mempengaruhi besarnya nilai premi. Semakin besar perbedaan umur dari suami dan istri, maka semakin besar pula nilai premi yang dibayarkan pertahun.

Kata kunci: Premi, *Joint Life*, *Copula*, *Archimedean*, *Frank*, *Gumbel*.

Abstract

Every individual must have risks to bear, whether they are risks borne in the present or the future. The risk of death is a risk that will occur for individuals. Therefore, one type of protection is needed to overcome the risk of death. One type of protection that is commonly used is life insurance. Life insurance generally taken out by married couples is joint life insurance. The policyholders of this insurance are generally husband and wife couples. This study compares estimates of joint life insurance premiums using the mortality independence assumption and the Archimedean copula method. This research data uses data from the 2022 Social Security Administering Agency (BPJS) Mortality Table with various assumptions, namely the assumed age of husband and wife, the period of insurance type, and the interest rate used is 6% per year. Using the Clayton copula method, the premium calculated using the assumption that mortality risks are not independent of each other is lower than using the assumption of independence of mortality, Frank's copula, and Gumbel's copula. Apart from that, the age difference between husband and wife also affects the premium amount. The more significant the age difference between husband and wife, the greater the annual premium value paid.

Keywords: *Premium, Joint Life, Copula, Archimedean, Frank, Gumbel.*

1. PENDAHULUAN

Risiko merupakan kejadian yang tidak dapat kita hindari. Salah satu risiko yang paling umum dapat terjadi adalah risiko kehilangan pendapatan keluarga akibat kematian suami dan atau istri. Oleh karena itu, butuh suatu cara perlindungan dalam menghadapi risiko tersebut. Adapun perlindungan dalam menghadapi risiko adalah dengan mengikuti asuransi. Asuransi tersebut dapat kita ikuti sesuai dengan skema yang ditawarkan oleh perusahaan asuransi.

Asuransi pada umumnya mempunyai jenis yang berbeda-beda, seperti asuransi jiwa, kesehatan, kebencanaan, ketenagakerjaan, dan lain-lain. Asuransi yang berhubungan dengan risiko yang paling umum terjadi, yaitu kematian, adalah asuransi jiwa. Menurut (Kamal, *et al.*, [5]), asuransi jiwa merupakan suatu bentuk kerja sama yang bertujuan untuk menghindarkan atau mengurangi risiko yang diakibatkan oleh risiko kematian, risiko hari tua, dan risiko kecelakaan. Asuransi jiwa dibedakan menjadi dua, yang pertama berdasarkan banyak tertanggung, yaitu asuransi jiwa tunggal (*singlelife status*) dan asuransi jiwa gabungan. Asuransi jiwa tunggal merupakan asuransi yang hanya melibatkan satu jiwa tertanggung. Sedangkan asuransi jiwa gabungan (*joint life insurance*) mempunyai tertanggung lebih dari satu. Yang kedua berdasarkan masa pertanggungannya asuransi jiwa memiliki beberapa jenis, yaitu asuransi jiwa seumur hidup, asuransi berjangka n -tahun, asuransi dwiguna murni, asuransi dwiguna, dan lain-lain.

Asuransi jiwa *joint life* adalah jenis asuransi yang manfaatnya diperoleh saat kematian pertama salah satu pihak yang dipertanggungkan (Manjaruni and Purnaba, [6]). Biasanya, jenis asuransi ini diikuti oleh peserta yang tertanggungnya lebih dari satu, seperti suami dan istri. Selama ini perhitungan premi asuransi yang diikuti suami istri dihitung berdasarkan asumsi kebebasan mortalita, artinya peluang kematian antar suami dan istri diasumsikan saling bebas. Peluang kematian ini merupakan peluang seseorang mengalami risiko kematian. Sedangkan, dalam beberapa kasus peluang kematian suami dan istri saling berhubungan, seperti suami dan istri terkena risiko penyakit menular. Oleh karena itu, untuk mengatasi kasus tersebut, maka premi dihitung dengan menggunakan metode *Copula*.

Copula adalah salah satu fungsi yang dapat menggabungkan beberapa distribusi marginal menjadi distribusi bersama. Hal ini mengindikasikan bahwa *copula* dapat menggabungkan distribusi dari peluang kematian suami dan istri. Beberapa keluarga *copula* yang umumnya diketahui adalah keluarga *copula Eliptik* yang terdiri dari *copula Gaussian* dan *copula Student-t*, sedangkan keluarga *copula Archimedean* terdiri dari *copula Frank*, *copula Clayton*, dan *copula Gumbel* (Finan, [11]).

Penelitian mengenai perhitungan premi menggunakan metode *copula* untuk asuransi jiwa gabungan (*multiple life insurance*) pernah dilakukan oleh Bramanta dan kawan-kawan mengenai penentuan besar premi asuransi jiwa *last survivor* berjangka n -tahun dengan pengembalian premi menggunakan pendekatan *copula Archimedean*. Penelitian tersebut menyimpulkan perhitungan nilai premi menggunakan metode *copula Clayton* menghasilkan nilai premi yang lebih mahal dibandingkan menggunakan metode *copula Frank* dan *copula Gumbel*. Selain itu, semakin besar nilai parameter yang digunakan maka akan semakin besar pula nilai premi yang dihasilkan. Hal ini dikarenakan nilai parameter akan mempengaruhi nilai *copula* yang mana akan mempengaruhi peluang kehidupan Bersama (D. Arya, *et al.*, [11]). Penelitian lainnya dilakukan oleh Fikriyah dan kawan-kawan mengenai penentuan premi tahunan bersih asuransi jiwa *joint life* seumur hidup dengan pendekatan model *copula Clayton* dan *copula Gumbel*. Hasil dari penelitian menyimpulkan bahwa premi tahunan bersih yang terbesar diperoleh dari perhitungan menggunakan model kebebasan mortalitas diikuti dengan menggunakan *copula Gumbel* dan *copula Clayton*. Penelitian ini juga menyimpulkan bahwa semakin tinggi umur dari pasangan suami istri pada saat memulai kontrak maka premi tahunan bersih yang dibayarkan akan semakin besar pula (Fikriyah, *et al.*, [3]).

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan sebelumnya, pada penelitian ini membahas tentang perbandingan estimasi premi asuransi jiwa *joint life* berjangka n -tahun untuk pasangan suami istri menggunakan asumsi kebebasan mortalita dan ketidakbebasan mortalita dengan menggunakan metode *copula Archimedean*, yang terdiri dari *copula Frank*, *copula Clayton*, dan *Copula Gumbel*. Penelitian ini diharapkan dapat memberikan salah satu pilihan metode yang dapat digunakan dalam menentukan premi asuransi jiwa *joint life* kepada para pembuat kebijakan di perusahaan asuransi. Selain itu, penelitian ini juga diharapkan dapat memberikan pengetahuan yang mendalam mengenai metode *copula* dalam perhitungan premi asuransi jiwa.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menghitung premi berdasarkan skema asuransi jiwa *joint life* untuk asuransi berjangka 10 tahun dengan asumsi kebebasan mortalita dan ketidakbebasan mortalita. Metode yang dipakai dalam menghitung premi dengan asumsi ketidakbebasan mortalita adalah dengan menggunakan metode keluarga *copula Archimedean*, yaitu *copula Clayton*, *Frank*, dan *Gumbel*. Data yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah data Tabel Mortalitas BPJS Ketenagakerjaan tahun 2022. Data ini berisikan data usia dan peluang kematian dari peserta asuransi. Peserta asuransi pada penelitian ini adalah pasangan suami istri yang bekerja. Pada penelitian ini menggunakan beberapa asumsi sebagai berikut.

- (1) Usia suami (x) dan usia istri (y). Peserta diasumsikan adalah pasangan istri berusia masing-masing 20 dan 19 tahun, 24 dan 19 tahun, 29 dan 19 tahun, 30 dan 29 tahun, 34 dan 29 tahun, 39 dan 29 tahun, 40 dan 39 tahun, 44 dan 39 tahun, serta 49 dan 39 tahun.
- (2) Asuransi yang digunakan adalah asuransi jiwa *joint life* berjangka 10 tahun.
- (3) Peluang kematian suami (q_x) dan peluang kematian istri (q_x).
- (4) Suku bunga diasumsikan sebesar 6% per tahun.

Deskripsi data dari peluang kematian berdasarkan data Tabel Mortalitas BPJS Ketenagakerjaan tahun 2022 dapat disajikan pada Tabel 1.

TABEL 1. Gunakan huruf kapital hanya di awal judul tabel tanpa diakhiri titik

	Mean	Min	Median	Max	Q_1	Q_3
Pria	0.155335	0.00019	0.01565	1	0.00082	0.15206
Wanita	0.109316	0.00018	0.00801	1	0.00059	0.09823

Berdasarkan Tabel 1, dapat dilihat bahwa peluang kematian pria lebih tinggi daripada peluang kematian wanita. Hal ini disebabkan oleh beberapa faktor, salah satunya adalah gaya hidup. Gaya hidup pria yang sering kali tidak sehat menyebabkan peluang kematian pria lebih tinggi daripada peluang kematian Wanita.

2.1. Asuransi Jiwa n-Tahun. Tahapan pertama yang harus dilakukan dalam mencari premi dengan asumsi kebebasan atau ketidakbebasan mortalita adalah menghitung nilai sekarang aktuarial dari anuitas hidup dan manfaat asuransi jiwa. Anuitas hidup adalah rangkaian pembayaran yang dilakukan secara terus menerus atau pada interval yang telah ditentukan selama seseorang tetap hidup. Anuitas hidup memiliki peranan penting bagi keberlangsungan asuransi jiwa, yang mana asuransi jiwa biasanya dibeli dengan anuitas seumur hidup terhadap premi dibandingkan premi tunggal. Anuitas hidup sendiri terdiri dari dua jenis yaitu anuitas hidup diskrit dan anuitas hidup kontinu. Anuitas hidup diskrit sendiri terdiri dari dua jenis pembayaran anuitas yaitu pembayaran yang dilakukan di awal interval atau yang disebut *annuity due* dan pembayaran yang dilakukan di akhir interval atau yang disebut *annuity immediate*. Selain itu anuitas hidup juga terdiri dari beberapa jenis jangka pembayaran seperti anuitas seumur hidup, anuitas hidup berjangka n tahun, anuitas seumur hidup tertunda n tahun, dan anuitas seumur hidup dan n tahun pembayaran pasti (Bowers Jr, *et al.*, [2]).

Anuitas hidup berjangka n tahun adalah rangkaian pembayaran anuitas selama jangka waktu tertentu yakni n tahun pembayaran selama *annuitant* yaitu orang yang berhak menerima manfaat dari anuitas masih hidup (Finan, [4]). Anuitas hidup berjangka n tahun dengan pembayaran di awal tahun atau *due* memiliki nilai sekarang dari peubah acak sebagai berikut.

$$Y = \begin{cases} \ddot{a}_{\overline{K+1}|} & , \text{ untuk } K = 0, 1, 2, \dots, n-1 \\ \ddot{a}_{\overline{n}|} & , \text{ untuk } K \geq n \end{cases} \quad (1)$$

Ekspektasi dari nilai sekarang dari peubah acak Y untuk anuitas hidup berjangka n tahun *due* adalah sebagai berikut (Bowers Jr, *et al.*, [2]).

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = E[Y] = \sum_{k=0}^{n-1} v^k {}_k p_x \quad (2)$$

Asuransi jiwa berjangka atau *term life insurance* adalah asuransi yang memberikan pertanggungan selama satu jangka waktu tertentu yang disebut jangka waktu polis. Manfaat polis atau manfaat kematian dapat dibayarkan hanya apabila tertanggung meninggal dalam jangka waktu yang telah ditetapkan dan polis masih berlaku ketika tertanggung meninggal. Jika tertanggung masih hidup sampai akhir jangka waktu yang telah ditetapkan maka polis tersebut memberikan hak kepada pemegang polis untuk melanjutkan pertanggungan asuransi jiwa. Jika pemegang polis tidak melanjutkan pertanggungan maka polis akan berakhir dan perusahaan asuransi tidak berkewajiban untuk memberikan pertanggungan selanjutnya (Otoritas Jasa Keuangan, [9]).

Asuransi jiwa berjangka n tahun dengan pembayaran manfaat kematian dibayarkan pada akhir tahun kematian atau asuransi jiwa berjangka n tahun diskrit memiliki nilai sekarang aktuarial atau *actuarial present value* sebagai berikut (Bowers Jr, *et al.*, [2]).

$$A_{x:\overline{n}|}^1 = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k p_x q_{x+k} \quad (3)$$

Premi adalah sejumlah uang yang dikeluarkan oleh pemegang polis kepada perusahaan asuransi dalam rangka untuk mendapat manfaat sebagai imbalan dari perusahaan asuransi saat terjadi suatu risiko (Bowers Jr, *et al.*, [2]). Premi dapat dibayarkan sekaligus maupun secara berkala seperti secara tahunan. Pembayaran premi secara berkala dilakukan selama pemegang polis masih hidup atau sampai pada waktu jatuh tempo atau berakhirnya masa asuransi. Premi bersih tahunan untuk asuransi jiwa berjangka n tahun untuk seseorang berusia x tahun dengan pembayaran manfaat dilakukan secara anuitas diskrit berjangka n tahun *due* dapat dapat dituliskan sebagai berikut (Finan, [4]).

$$P\left(A_{x:\overline{n}|}^1\right) = \frac{A_{x:\overline{n}|}^1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} \quad (4)$$

2.2. Asuransi Jiwa *Joint Life*. *Joint life* status adalah sebuah kondisi yang berlangsung selama semua anggota dari himpunan kehidupan bertahan hidup dan dikatakan gagal setelah terjadinya kematian pertama. *Joint life* status adalah contoh dari yang sering disebut dengan sebuah status kelangsungan hidup. Status keberlangsungan hidup yang dimaksud adalah status yang terdapat variabel acak peluang hidup sehingga fungsi survivalnya dapat didefinisikan (Bowers Jr, *et al.*, [2]). Peluang hidup dari *joint life status* yang dinotasikan dengan ${}_t p_{xy}$. Peluang hidup untuk *joint life* juga dapat dinyatakan sebagai berikut

$${}_t p_{xy} = {}_t p_x + {}_t p_y - {}_t p_{\overline{xy}} \quad (5)$$

${}_t p_{\overline{xy}}$ menyatakan peluang dua individu berusia x tahun dan y tahun bertahan hidup hingga t tahun ke depan pada model *last survivor*. Sedangkan peluang kematian dari *joint life status* dinotasikan dengan ${}_t q_{xy}$. Peluang kematian untuk *joint life* dapat dinyatakan sebagai berikut.

$${}_t q_{xy} = {}_t q_x + {}_t q_y - {}_t q_{\overline{xy}} \quad (6)$$

${}_t q_{\overline{xy}}$ menyatakan peluang dua individu berusia x tahun dan y tahun meninggal t tahun ke depan pada model *last survivor* (Fikriyah, *et al.*, [2]). Peluang kegagalan dari *joint life status* pada saat k sampai dengan $k + 1$ memiliki persamaan sebagai berikut (Kamal, *et al.*, [2]).

$$P(k < T \leq k + 1) = {}_k p_{xy} q_{x+k:y+k} \quad (7)$$

Curtate-future-lifetime dari (x) dengan variabel acak K , yaitu jumlah tahun yang telah dilewatkan atau diselesaikan sebelum terjadinya kegagalan untuk *joint life status* untuk $k=0,1,2,\dots$ dinyatakan sebagai berikut (Bowers Jr, *et al.*, [2]).

$$P(K = k) = {}_t q_{xy} \quad (8)$$

Anuitas *joint life* adalah suatu rangkaian pembayaran oleh dua tertanggung atau lebih yang pembayaran akan berakhir ketika salah satu dari tertanggung meninggal dunia (Fikriyah, *et al.*, [2]). Nilai sekarang aktuarial pada anuitas hidup diskrit untuk asuransi jiwa berjangka n tahun *joint life* yang di bayar di awal tahun dinyatakan sebagai berikut (Bowers Jr, *et al.*, [2]).

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k {}_k p_{xy} \quad (9)$$

Nilai sekarang aktuarial dari asuransi jiwa berjangka n tahun *joint life* dengan manfaat kematian dibayarkan pada akhir tahun kematian pertama dari peserta asuransi dinyatakan dengan (Permata, *et al.*, [10]).

$$A_{x:\overline{n}|}^1 = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} ({}_k p_{xy} - {}_{k+1} p_{xy}) \quad (10)$$

Berdasarkan Persamaan (9) dan (10), maka premi bersih tahunan untuk asuransi jiwa berjangka n tahun *joint life* dengan pembayaran dilakukan secara anuitas diskrit berjangka n tahun *due* untuk *joint life status* memiliki persamaan sebagai berikut (Permata, *et al.*, [10]).

$$P \left(A_{xy:\overline{n}|}^1 \right) = \frac{A_{xy:\overline{n}|}^1}{\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}} \tag{11}$$

2.3. Archimedean copula. *Archimedean copula* adalah salah satu jenis *copula* yang mudah dikonstruksikan dan sering digunakan di berbagai bidang aplikasi seperti keuangan dan bidang asuransi. *Copula* jenis ini juga memiliki banyak variasi keluarga didalamnya dan struktur dependensinya bervariasi (Fikriyah, *et al.*,[2]). Misalkan φ bersifat kontinu dan merupakan fungsi yang menurun dengan $\varphi : [0, 1] \rightarrow [0, \infty]$ sedemikian sehingga $\varphi(1) = 0$ dengan fungsi invers dari φ adalah φ^{-1} yang didefinisikan dengan

$$\varphi^{[-1]}(t) = \begin{cases} \varphi^{-1}(t) & , 0 \leq t \leq \varphi(0) \\ 0 & , 0 \leq t \leq \varphi(0) \end{cases} \tag{12}$$

Fungsi *Archimedean copula* dengan $C : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ adalah sebagai berikut (Nahliyani, [7]).

$$C(u, v) = \varphi^{[-1]}(\varphi(u) + \varphi(v)) \tag{13}$$

Terdapat tiga keluarga *Archimedean copula* yang telah dikenal, yaitu *copula Frank*, *copula Clayton*, dan *copula Gumbel- Hougaard* (Permata, [10]). Ketiga jenis *copula* ini memiliki ekor (*tail*) dependensi yang berbeda-beda. *Copula Clayton* memiliki *tail* dependensi di bagian bawah yang jika nilai parameternya semakin besar maka semakin besar pula *tail* yang dimilikinya. *Copula Frank* sendiri tidak memiliki *tail* dependensi baik di atas maupun di bawah. Sedangkan *copula Gumbel* memiliki *tail* dependensi di bagian atas yang jika semakin besar nilai parameternya maka akan semakin besar pula *tail* dependensi di bagian atas (Nahliyani, [7]). Fungsi pembangkit, parameter, dan fungsi *copula* bivariat dari keluarga *copula Frank*, *copula Clayton*, dan *copula Gumbel- Hougaard* menurut Nelsen (Fikriyah, *et al.*,[3]) disajikan pada Tabel 2.

TABEL 2. Fungsi pembangkit, parameter, dan fungsi *copula* bivariat

Keluarga Copula	Fungsi Pembangkit $\varphi(t)$	Parameter (θ)	Fungsi Copula Bivariat $(C(u, v; \theta))$
Frank	$\varphi(t) = -\ln \left[\frac{e^{-\theta t} - 1}{e^{-\theta} - 1} \right]$	$\theta \neq 0$	$-\frac{1}{\theta} \ln \left(1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right)$
Clayton	$\varphi(t) = \frac{t^{-\theta} - 1}{\theta}$	$\theta > 0$	$(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}}$
Gumbel	$\varphi(t) = (-\ln t)^\theta$	$\theta \in [1, \infty)$	$e^{-[(-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta]^{\frac{1}{\theta}}}$

Estimasi parameter *copula Archimedean* dapat dilakukan dengan menggunakan *methods of moment* atau dikenal dengan inversi *Kendall's τ* . Metode momen ini adalah metode paling sederhana untuk mengestimasi parameter dari *copula*. Metode ini mengestimasi parameter dari *copula Archimedean* menggunakan hubungan antara *Kendall's τ* dengan fungsi pembangkit *copula* yang digambarkan dengan Persamaan (14) (Abdi, *et al.*,[1]).

$$\tau = 1 + 4 \int_0^1 \frac{\varphi(t)}{\varphi'(t)} dt \tag{14}$$

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Ada beberapa tahapan perhitungan yang harus dilakukan terlebih dahulu. Tahapan pertama adalah mencari nilai sekarang aktuarial dari anuitas hidup *joint life*, lalu mencari nilai sekarang aktuarial dari asuransi jiwa *joint life*, selanjutnya menentukan nilai premi, dan terakhir adalah menentukan besar premi tahunannya.

3.1. Asumsi Kebebasan Mortalita. Nilai sekarang aktuarial dari anuitas hidup berjangka *joint life* yang di bayar di awal tahun untuk produk asuransi jiwa berjangka *joint life* dengan jumlah tertanggung dua orang yakni pasangan suami istri. Dengan menggunakan Persamaan (9) dan nilai yang terdapat di Tabel Mortalita BPJS Ketenagakerjaan tahun 2022 maka didapatkan nilai sekarang aktuarial dari anuitas hidup berjangka 10 tahun yang dibayar di awal tahun untuk pasangan suami istri berusia 20 dan 19 tahun dengan besar suku bunga yakni 6% adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{20;19;\overline{10}|} &= \sum_{k=0}^9 v^k {}_k p_{20;19} \\ &= v^0 {}_0 p_{20;19} + v^1 {}_1 p_{20;19} + v^2 {}_2 p_{20;19} + \dots + v^9 {}_9 p_{20;19} \\ &= 7.775876 \end{aligned}$$

Nilai sekarang aktuarial dari anuitas hidup berjangka 10 tahun *joint life due* untuk pasangan suami istri dengan variasi usia lainnya ditunjukkan pada Tabel 3.

TABEL 3. Nilai sekarang aktuarial dari anuitas hidup

Kelompok Usia	Perbedaan Umur	Usia Suami (x)	Usia Istri (y)	Nilai Sekarang Aktuarial dari Anuitas Hidup
19-29	1	20	19	7.775876
	5	24		7.772454
	10	29		7.764569
29-39	1	30	29	7.751189
	5	34		7.737066
	10	39		7.704814
39-49	1	40	39	7.667011
	5	44		7.617521
	10	49		7.512415

Berdasarkan Tabel 3 dapat ditarik kesimpulan bahwa semakin besar perbedaan umur antara suami dan istri maka besaran nilai sekarang aktuarial dari anuitas hidup untuk anuitas hidup berjangka 10 tahun *joint life due* dengan asumsi kebebasan mortalita akan semakin kecil. Selain itu jika usia suami dan istri semakin besar maka nilai sekarang aktuarial dari anuitas hidup untuk anuitas hidup berjangka 10 tahun *joint life due* dengan asumsi kebebasan mortalita semakin kecil. Langkah selanjutnya adalah menentukan nilai sekarang aktuarial dari asuransi jiwa berjangka *joint life* diskrit. Nilai sekarang aktuarial dari asuransi jiwa berjangka *joint life* diskrit dapat ditentukan menggunakan Persamaan (10). Berdasarkan Persamaan (10) maka dapat diperoleh nilai sekarang aktuarial dari asuransi jiwa berjangka 10 tahun diskrit untuk pasangan suami istri berusia 20 dan 19 tahun dengan besar suku bunga yakni 6% adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} A_{20;19;\overline{10}|}^1 &= \sum_{k=0}^9 v^{k+1} ({}_k p_{20;19} - {}_{k+1} p_{20;19}) \\ &= v^1 ({}_0 p_{20;19} - {}_1 p_{20;19}) + v^2 ({}_1 p_{20;19} - {}_2 p_{20;19}) + \dots + v^{10} ({}_9 p_{20;19} - {}_{10} p_{20;19}) \end{aligned}$$

$$= 0.006644867$$

Nilai sekarang aktuarial dari asuransi jiwa berjangka 10 tahun *diskrit* untuk pasangan suami istri dengan variasi usia lainnya ditunjukkan pada Tabel 4.

TABEL 4. Nilai sekarang aktuarial dari manfaat asuransi

Kelompok Usia	Perbedaan Umur	Usia Suami (x)	Usia Istri (y)	Nilai Sekarang Aktuarial dari Manfaat Asuransi
19-29	1	20	19	0.006644867
	5	24		0.007649571
	10	29		0.010050425
29-39	1	30	29	0.013704200
	5	34		0.017856476
	10	39		0.027026257
39-49	1	40	39	0.037753401
	5	44		0.051977916
	10	49		0.078166635

Berdasarkan Tabel 4 dapat ditarik kesimpulan bahwa semakin besar perbedaan umur antara suami dan istri maka nilai sekarang aktuarial dari asuransi jiwa untuk asuransi jiwa berjangka 10 tahun *joint life* diskrit dengan asumsi kebebasan mortalita akan semakin besar. Hal yang sama juga berlaku jika usia suami dan istri semakin besar maka nilai sekarang aktuarial dari asuransi jiwa untuk asuransi jiwa berjangka 10 tahun *joint life* diskrit dengan asumsi kebebasan mortalita yang diperoleh semakin besar pula. Setelah diperoleh nilai sekarang aktuarial dari anuitas berjangka *joint life due* dan nilai sekarang aktuarial dari asuransi jiwa berjangka *joint life* diskrit maka nilai premi bersih tahunan dari asuransi jiwa berjangka *joint life* dapat diperoleh. Premi bersih tahunan untuk asuransi jiwa berjangka *joint life* dengan pembayaran dilakukan secara anuitas diskrit berjangka *due* untuk *joint life status* didapatkan menggunakan Persamaan (10). Melalui Tabel 3 dan Tabel 4 maka dapat diperoleh besar premi bersih tahunan untuk asuransi jiwa berjangka 10 tahun *joint life* untuk pasangan suami istri berusia 20 dan 19 tahun dengan besar suku bunga yakni 6% adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 P \left(A_{20;19;\overline{10}|}^1 \right) &= \frac{A_{20;19;\overline{10}|}^1}{\ddot{a}_{20;19;\overline{10}|}} \\
 &= \frac{0.006644867}{7.775876} = 0.00085455
 \end{aligned}$$

Nilai premi bersih tahunan dari asuransi jiwa berjangka 10 tahun *joint life* untuk pasangan suami istri dengan variasi usia lainnya ditunjukkan pada tabel di bawah ini.

TABEL 5. Premi bersih tahunan

Kelompok Usia	Perbedaan Umur	Usia Suami (x)	Usia Istri (y)	Premi
19-29	1	20	19	0.000854549
	5	24		0.000984190
	10	29		0.001294396
29-39	1	30	29	0.001768013
	5	34		0.002307913
	10	39		0.003507710
39-49	1	40	39	0.004924135
	5	44		0.006823468
	10	49		0.010404994

Berdasarkan Tabel 5 dapat disimpulkan bahwa premi bersih tahunan dari asuransi jiwa berjangka 10 tahun *joint life* diskrit dengan asumsi kebebasan mortalita yang diperoleh akan semakin besar jika perbedaan umur antar suami istri juga semakin besar. Hal yang sama berlaku untuk besar usia, semakin besar usia pasangan suami dan istri, maka akan semakin besar pula premi bersih tahunan dari asuransi jiwa berjangka 10 tahun *joint life* diskrit dengan asumsi kebebasan mortalita yang diperoleh.

3.2. Asumsi Ketidakbebasan Mortalita. Estimasi parameter untuk *copula* menggunakan Persamaan (14) diperoleh nilai τ dan θ dari setiap keluarga *Archimedean* copula sebagai berikut.

TABEL 6. Estimasi parameter copula

Copula	τ	θ
<i>Frank</i>	0.89	35
<i>Clayton</i>	0.93	28
<i>Gumbel</i>	0.94	17

Perhitungan besaran premi tahunan dengan asumsi kebebasan mortalita memerlukan nilai sekarang aktuarial dari anuitas hidup terlebih dahulu untuk dapat menentukan besaran premi tahunan. Besar nilai sekarang aktuarial dari anuitas hidup, manfaat asuransi dan premi asuransi jiwa *joint life* berjangka n tahun dengan asumsi kebebasan mortalita menggunakan copula *Frank* adalah sebagai berikut. Peluang salah satu tertanggung baik suami ataupun istri berusia x dan y tetap hidup hingga usia $x+t$ dan $y+t$ menggunakan *copula Frank* dinyatakan dengan persamaan berikut.

$${}_tP_{xy} = 1 - {}_tq_x - {}_tq_y - \frac{1}{\theta} \ln \left(1 + \frac{(e^{-\theta({}_tq_x)} - 1)(e^{-\theta({}_tq_y)} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right) \quad (15)$$

Persamaan (15) dapat disubsitusikan ke Persamaan (9), (10), dan (11) sehingga diperoleh nilai sekarang aktuarial dari anuitas hidup dan manfaat asuransi serta premi berjangka 10 tahun *due* untuk pasangan suami istri menggunakan *copula Frank* dengan variasi usia lainnya ditunjukkan pada Tabel 7.

TABEL 7. Copula Frank

Kelompok Usia	Perbedaan Umur	Usia Suami (x)	Usia Istri (y)	Nilai Sekarang Aktuarial dari Anuitas	Nilai Sekarang Aktuarial dari Manfaat Asuransi	Premi
19-29	1	20	19	7.776836	0.006260516	0.0008050209
	5	24		7.773602	0.007181221	0.0009237958
	10	29		7.766140	0.009395181	0.0012097620
29-39	1	30	29	7.754767	0.012224710	0.0015764124
	5	34		7.742079	0.015799416	0.0020407202
	10	39		7.712524	0.024015167	0.0031137882
39-49	1	40	39	7.686387	0.030124123	0.0039191522
	5	44		7.643881	0.042188824	0.0055192935
	10	49		7.547173	0.066807871	0.0088520390

Peluang salah satu tertanggung baik suami ataupun istri berusia x dan y tetap hidup hingga usia $x + t$ dan $y + t$ menggunakan *copula Frank* dinyatakan dengan persamaan berikut.

$${}_tP_{xy} = 1 - {}_tq_x - {}_tq_y + \left(({}_tq_x)^{-\theta} + ({}_tq_y)^{-\theta} - 1 \right)^{-\frac{1}{\theta}} \quad (16)$$

Diperoleh nilai sekarang aktuarial dari anuitas hidup dan manfaat asuransi serta premi berjangka 10 tahun *due* untuk pasangan suami istri menggunakan *copula Clayton* dengan variasi usia lainnya ditunjukkan pada Tabel 8.

TABEL 8. Copula Clayton

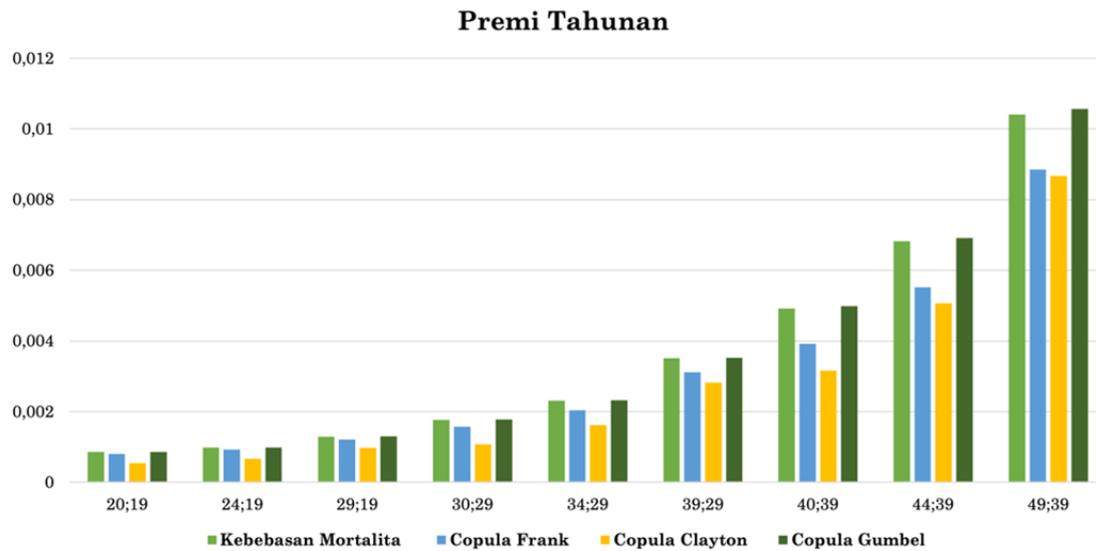
Kelompok Usia	Perbedaan Umur	Usia Suami (x)	Usia Istri (y)	Nilai Sekarang Aktuarial dari Anuitas	Nilai Sekarang Aktuarial dari Manfaat Asuransi	Premi
19-29	1	20	19	7.785062	0.004187688	0.0005379133
	5	24		7.781633	0.005195609	0.0006676759
	10	29		7.773732	0.007604203	0.0009781921
29-39	1	30	29	7.771252	0.008343271	0.0010736071
	5	34		7.757067	0.012524905	0.0016146444
	10	39		7.724677	0.021759218	0.0028168452
39-49	1	40	39	7.715507	0.024373487	0.0031590257
	5	44		7.665483	0.038858201	0.0050692433
	10	49		7.559270	0.065517034	0.0086671107

Sedangkan nilai sekarang aktuarial dari anuitas hidup dan manfaat asuransi serta premi berjangka 10 tahun *due* untuk pasangan suami istri menggunakan *copula Gumbel* dengan variasi usia lainnya ditunjukkan pada Tabel 9.

TABEL 9. Copula Gumbel

Kelompok Usia	Perbedaan Umur	Usia Suami (x)	Usia Istri (y)	Nilai Sekarang Aktuaria dari Anuitas	Nilai Sekarang Aktuaria dari Manfaat Asuransi	Premi
19-29	1	20	19	7.775845	0.006657969	0.0008562374
	5	24		7.772416	0.007665890	0.0009862944
	10	29		7.764515	0.010074484	0.0012975034
29-39	1	30	29	7.751060	0.013762165	0.0017755203
	5	34		7.736876	0.017943801	0.0023192566
	10	39		7.704485	0.027178114	0.0035275703
39-49	1	40	39	7.666098	0.038189839	0.0049816532
	5	44		7.616074	0.052674554	0.0069162349
	10	49		7.509861	0.079333387	0.0105638962

Berdasarkan hasil perhitungan premi tahunan menggunakan asumsi kebebasan mortalita menggunakan copula, dapat diperoleh perbandingan premi yang dapat disajikan pada Gambar 1.



GAMBAR 1. Perbandingan premi dengan asumsi kebebasan mortalita dan copula

Pada Gambar 1 dapat dilihat bahwa nilai tertinggi dari premi bersih tahunan untuk asuransi jiwa *joint life* berjangka 10 tahun adalah nilai premi dengan asumsi ketakbebasan mortalita dengan menggunakan *copula Gumbel*, diikuti dengan nilai premi dengan asumsi kebebasan mortalita, lalu asumsi dengan menggunakan *copula Frank*, dan nilai terkecil adalah nilai anuitas hidup dengan asumsi menggunakan *copula Clayton*. Berdasarkan hasil perhitungan dan Gambar 1 juga dapat disimpulkan bahwa nilai premi bersih tahunan dengan perhitungan menggunakan asumsi ketakbebasan mortalita dengan menggunakan *copula clayton* lebih rendah daripada *copula Frank*, *Gumbel*, dan asumsi kebebasan mortalita. Sehingga jika dilihat dari sisi konsumen atau peserta asuransi sendiri, besaran premi yang lebih menguntungkan untuk peserta atau bertanggung adalah premi dengan perhitungan menggunakan asumsi ketakbebasan mortalita menggunakan *copula Clayton*. Sedangkan jika dilihat dari sisi perusahaan

asuransi maka besaran premi yang lebih menguntungkan bagi perusahaan adalah premi dengan perhitungan menggunakan asumsi ketakbebasan mortalita dengan menggunakan *copula Gumbel*.

4. SIMPULAN

Penelitian ini menunjukkan bahwa premi tahunan dengan asumsi ketakbebasan mortalita menggunakan *copula Clayton* menghasilkan nilai premi yang lebih rendah dibandingkan dengan asumsi kebebasan mortalita, *copula Frank* dan *copula Gumbel*. Sedangkan premi tahunan yang paling tinggi adalah nilai premi dengan asumsi ketakbebasan mortalita dengan menggunakan *copula Gumbel*. Nilai premi tahunan dengan asumsi ketakbebasan mortalita menggunakan *copula clayton* memiliki rata-rata nilai premi 1.37 lebih rendah dibandingkan dengan nilai premi tahunan menggunakan asumsi lainnya. Selain itu, perbedaan usia juga sangat berpengaruh pada nilai premi tahunan. Semakin besar jarak perbedaan usia antar suami dan istri, semakin besar pula nilai premi tahunan dari asuransi tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Abdi, A., Hassanzadeh, Y., Talatahari, S. Fakhri-Fard, A., and Mirabbasi, R., 2017, Parameter Estimation of Copula Functions Using An Optimization-Based Method, *Theor Appl Climatol*, Volume 129, July 2017, Pages 21–32.
- [2] Bowers Jr, N. L., H. U., Gerber, J. C. Hickman., D. A. Jones, and C. J. Nesbitt., 1997, *Actuarial Mathematics*, 2 ed. The Society of Actuaries, Schaumburg.
- [3] Fikriyah, L.Q., Purnaba, I.G.P., Erliana, W., Berlian., s., and Lesmana, D.C., 2022., Penentuan Premi Tahunan Bersih Asuransi Jiwa Seumur Hidup Joint Life dengan Model Copula Clayton dan Copula Gumbel., *Journal of Mathematics and Its Application.*, Volume 18., Issue 1, Pages 18-28.
- [4] Finan, M.B., 2011., *A Reading of the Theory of Life Contingency Models: A Preparation for Exam MLC/3L*. Arkansas Tech university, Arkansas.
- [5] Kamal, I., Devianto, D., and Yanuar, F., 2012, Penentuan Premi Tahunan pada Asuransi *Joint Life* dengan Menggunakan Anuitas Reversionary, *Jurnal Matematika UNAND*, Volume 3, Issue 4, Pages 112-120.
- [6] Manjaruni, V.A., and Purnaba, I.G.P., 2021, Menentukan Premi Asuransi Jiwa Joint Life untuk Tiga Orang Tertanggung, *Jurnal Statistika dan Matematika*, Volume 3, Issue 4, Pages 29-38.
- [7] Nahliyani., 2018., Pemilihan Model Copula Menggunakan Distribusi Copula Empirik, *Skripsi, Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Hasanuddin*.
- [8] Nelsen, R.B., 2005, *An Introduction to Copulas*, 2 ed. Oregon: Springer.
- [9] Otoritas Jasa Keuangan., 2019., *Perasuransian.*, Otoritas Jasa Keuangan., Jakarta.
- [10] R.A. Permata, 2014, Penentuan Premi Joint Life Menggunakan Distribusi Joint Survival, *Thesis, Magister Aktuaria Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Teknologi Bandung*.
- [11] D. Arya Bramanta, N. Widana, L. Putu, I. Harini, dan W. Sumarjaya, “Perbandingan Asuransi Last Survivor dengan Pengembalian Premi Menggunakan metode Copula Frank, Copula Clayton, dan Copula Gumbel”, *Volume. 6, Issue 3, Agustus 2017, Pages 205–213*.