

## Analisis Dinamik Model Matematika Perilaku Kekerasan Seksual dengan Strategi Pengendalian Rehabilitasi

BAIQ INDAH RUKMANA DEWI, TOTO NUSANTARA,  
MUCHAMMAD HAFIIZH

Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,  
Universitas Negeri Malang.

Jl. Semarang 5 Malang 65145 Jawa Timur.

baiq.indah.230313@students.um.ac.id, toto.nusantara.fmipa@um.ac.id,  
moch.hafish.fmipa@um.ac.id

### Abstrak

Kekerasan seksual merupakan masalah serius yang terjadi di berbagai negara sehingga diperlukan perhatian khusus dalam pencegahan dan penanganannya. Pemodelan kekerasan seksual secara matematis sangat penting untuk memahami dinamika perilaku dan dampak intervensi terhadap kasus kekerasan seksual. Pada penelitian ini digunakan model sistem dinamik nonlinear empat dimensi untuk menganalisis kestabilan model kekerasan seksual dengan pengaruh rehabilitasi. Angka reproduksi dasar dihitung menggunakan metode next-generation matrix untuk memperkirakan potensi terjadinya kasus baru yang disebabkan oleh satu pelaku dalam populasi rentan. Secara analitik terdapat dua titik ekuilibrium dari model yaitu titik ekuilibrium bebas kekerasan seksual dan titik ekuilibrium endemik kekerasan seksual. Kedua titik ekuilibrium tersebut bersifat stabil asimtotik yang bergantung pada nilai angka reproduksi dasar ( $R_0$ ). Titik ekuilibrium bebas kekerasan seksual bersifat stabil asimtotik dengan syarat  $R_0 < 1$  dan titik ekuilibrium endemik kekerasan seksual bersifat stabil asimtotik dengan syarat  $R_0 > 1$ . Simulasi numerik dilakukan dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat yang disimulasikan menggunakan MATLAB. Hasil simulasi numerik juga menunjukkan bahwa kedua titik ekuilibrium memiliki sifat kestabilan yang sama berdasarkan parameter yang digunakan dalam penelitian ini.

**Kata kunci:** Kekerasan Seksual, Rehabilitasi, Titik Ekuilibrium, Angka Reproduksi Dasar.

**Abstract**

*Sexual violence is a serious issue occurring in many countries, requiring special attention in both prevention and response efforts. Mathematical modeling of sexual violence is essential for understanding the dynamics of offender behavior and the impact of interventions on sexual violence cases. In this study, a four-dimensional nonlinear dynamic system model is used to analyze the stability of a sexual violence model considering the influence of rehabilitation. The basic reproduction number is calculated using the next-generation matrix method to estimate the potential occurrence of new cases triggered by a single perpetrator within a vulnerable population. Analytically, there are two equilibrium points in the model: the sexual violence-free equilibrium point and the endemic sexual violence equilibrium point. Both equilibrium points are asymptotically stable, depending on the value of the basic reproduction number ( $R_0$ ). The sexual violence-free equilibrium point is asymptotically stable under the condition  $R_0 < 1$ , and the endemic sexual violence equilibrium point is asymptotically stable under the condition  $R_0 > 1$ . Numerical simulations are conducted using the fourth-order Runge-Kutta method, implemented in MATLAB. The numerical simulation results also demonstrate that both equilibrium points exhibit the same stability properties based on the parameters used in this study.*

**Keywords:** *Sexual Violence, Rehabilitation, Equilibrium Point, Basic Reproduction Number*

## 1. PENDAHULUAN

Kekerasan seksual merupakan masalah yang tidak bisa diabaikan. Bahkan kekerasan seksual menjadi masalah kesehatan masyarakat yang utama di seluruh dunia [1]. Hal ini dibuktikan berdasarkan data-data yang ditemukan pada beberapa tahun terakhir. Pada tahun 2021, tercatat rata-rata sebanyak 736.000.000 hingga 852.000.000 perempuan di dunia yang berusia 15 tahun ke atas (hampir 1 dari 3 perempuan) pernah mengalami salah satu atau kedua bentuk kekerasan (kekerasan fisik dan kekerasan seksual)[2]. Fenomena kekerasan yang terjadi secara global mencerminkan bahwa tantangan masalah kekerasan seksual tidak terbatas pada satu negara saja. Indonesia sebagai bagian dari masyarakat dunia dihadapkan juga dengan permasalahan kekerasan seksual ini. Hal tersebut tampak pada data tahun 2022, bahwa terdapat 457.895 pengaduan kasus kekerasan seksual yang ada di Indonesia [3]. Data-data tersebut menegaskan perlunya pendekatan kuantitatif oleh negara untuk menyelesaikannya. Perilaku kekerasan seksual dapat diatasi dengan menghilangkan faktor-faktor penyebab. Dalam banyak kasus, perilaku kekerasan seksual menyebar melalui interaksi sosial sehingga menyerupai perilaku sosial yang menular. Terdapat beberapa faktor utama yang berkontribusi terhadap penyebaran perilaku ini. Salah satunya adalah pengaruh teman sebaya dalam suatu kelompok yang menerima atau mendukung kekerasan seksual, yang dapat mendorong anggotanya untuk menjadi pelaku kekerasan seksual [4]. Selain itu, kekerasan seksual juga dapat terjadi ketika pelaku memaksa korban untuk melakukan tindakan kekerasan seksual terhadap pihak ketiga [5]. Oleh karena itu, penting untuk mengidentifikasi dan memutus rantai penyebaran perilaku ini melalui implementasi program-program yang terarah dan berlandaskan penelitian yang terukur. Berbagai program penanganan perilaku kekerasan seksual telah dilaksanakan di sejumlah negara. Penanganan pelaku kekerasan seksual di komunitas, rumah sakit forensik kesehatan mental, dan penjara sering kali berfokus pada pendekatan psikologis, meskipun pemberian pengobatan juga merupakan bagian umum dari praktik forensik terhadap pelaku kekerasan seksual [6]. Di Indonesia, berdasarkan Undang-Undang nomor 12 tahun 2022, pemerintah telah mengadopsi

upaya kuratif melalui program rehabilitasi medis dan sosial untuk mengurangi jumlah pelaku kekerasan seksual. Penelitian terhadap kasus kekerasan seksual telah dilakukan dengan berbagai pendekatan dan model. Penelitian [7] membangun model pelaku dan korban kekerasan seksual di Bangladesh dengan pendekatan konseling terhadap kedua objek. Penelitian terhadap pelaku dan korban kekerasan seksual dikonstruksi dalam model SVR, yaitu populasi pelaku rentan  $S_1(t)$ , populasi pelaku  $V_1(t)$ , populasi yang sembuh  $R_1(t)$ , populasi korban yang rentan  $S_2(t)$ , populasi korban  $V_2(t)$ , dan populasi korban yang sembuh  $R_2(t)$ . Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa kekerasan seksual berkurang seiring dengan penurunan jumlah pelaku dan korban. Penurunan jumlah pelaku kekerasan terjadi karena menurunnya laju penularan di antara individu yang berpotensi melakukan kekerasan seksual serta meningkatnya laju pemulihan pelaku. Di sisi lain, jumlah korban menurun karena meningkatnya laju pemulihan korban. Berikutnya penelitian [8] membangun model pelaku kekerasan seksual dengan melibatkan unsur hukuman bagi pelaku dalam model SVPR, yaitu populasi rentan  $S(t)$ , populasi yang diduga sebagai pelaku  $V(t)$ , populasi yang menjalani hukuman  $P(t)$ , dan populasi yang sembuh  $R(t)$ . Penelitian [8] mengasumsikan bahwa individu yang tergolong dalam populasi pelaku kekerasan seksual adalah individu yang diduga melakukan kekerasan seksual, sehingga individu tersebut dapat berpindah ke populasi sembuh karena tidak terbukti melakukan kekerasan seksual. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa tingkat interaksi efektif antara pelaku kekerasan seksual dan populasi rentan memiliki pengaruh signifikan terhadap laju penyebaran kekerasan seksual. Kekerasan seksual cenderung menyebar luas seiring meningkatnya interaksi, dan menurun dengan berkurangnya interaksi. Pada penelitian ini dibangun model SVTR, yaitu individu yang rentan menjadi pelaku kekerasan seksual  $S(t)$ , individu pelaku kekerasan seksual yang belum direhabilitasi  $V(t)$ , individu pelaku kekerasan yang direhabilitasi  $T(t)$ , dan individu pelaku kekerasan yang sembuh atau telah berhenti menjadi pelaku kekerasan seksual  $R(t)$ . Berbeda dengan penelitian [8], individu yang tergolong pelaku kekerasan seksual pada penelitian ini adalah individu yang sudah dipastikan melakukan kekerasan seksual. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk menganalisis pengaruh program rehabilitasi terhadap kestabilan titik ekuilibrium model perilaku kekerasan seksual.

## 2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan dalam bentuk kajian pustaka menggunakan jurnal ilmiah dan buku-buku yang terkait dengan topik. Data yang digunakan dirujuk pada data penelitian [7]. Tahapan penelitian ini meliputi: (1) mengumpulkan referensi-referensi yang relevan berkaitan dengan pembahasan di dalam penelitian; (2) membangun model SVPR yang terdiri atas empat kompartemen, yaitu populasi rentan, pelaku kekerasan yang belum direhabilitasi, pelaku kekerasan yang direhabilitasi, dan pelaku yang sembuh; (3) menganalisis model kekerasan seksual; (4) menentukan titik ekuilibrium bebas kekerasan seksual dan titik ekuilibrium endemik kekerasan seksual; (5) menentukan bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ), yang diperoleh dari nilai eigen terbesar dari matriks Jacobi; (6) menentukan sifat kestabilan titik ekuilibrium bebas kekerasan seksual dan titik ekuilibrium endemik kekerasan seksual; (8) melakukan simulasi numerik terhadap model; (9) mengumpulkan data dan informasi yang diperlukan; (10) menentukan nilai variabel dan parameter dari data yang diperoleh; (11) melakukan simulasi numerik menggunakan MATLAB dengan memasukkan nilai variabel dan parameter yang digunakan; (12) menganalisis kestabilan model dari hasil simulasi numerik; dan (13) menyusun kesimpulan berdasarkan hasil analisis dan simulasi.

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini akan dibahas model matematika dari kekerasan seksual, validitas model, analisis kestabilan, dan solusi numerik.

**3.1. Konstruksi Model.** Asumsi model matematika pelaku kekerasan seksual adalah sebagai berikut:

- (1) Individu pelaku kekerasan seksual (V) adalah individu yang telah dipastikan melakukan kekerasan seksual, sehingga tergolong populasi pelaku aktif.
- (2) Individu rentan (S) dapat berpindah ke dalam populasi sembuh (R) apabila berhasil melalui proses konseling yang mampu mengubah perilaku serta menurunkan kecenderungan untuk melakukan kekerasan seksual. Perpindahan ini tidak dimaknai kesembuhan medis, melainkan keberhasilan intervensi psikososial.
- (3) Interaksi individu rentan (S) dan pelaku kekerasan seksual (V) akan menambah populasi pelaku kekerasan.
- (4) Individu pelaku kekerasan (V) yang gagal dalam menjalani program rehabilitasi akan kembali ke dalam populasi pelaku kekerasan.
- (5) Individu yang sembuh (R) dianggap memiliki perubahan perilaku yang stabil dan tidak kembali menjadi pelaku kekerasan seksual.

TABEL 1. Daftar variabel model perilaku kekerasan seksual dengan rehabilitasi

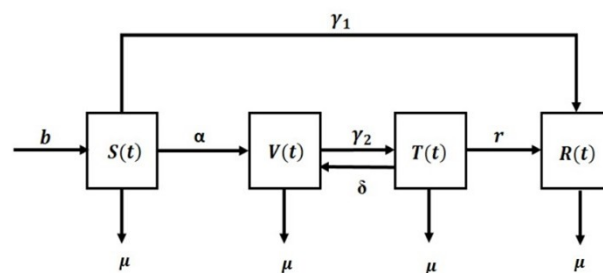
| No | Variabel | Definisi  | Dimensi  |
|----|----------|---|----------|
| 1. | $S(t)$   | Populasi individu rentan berpotensi menjadi pelaku kekerasan seksual.   | individu |
| 2. | $V(t)$   | Populasi individu pelaku kekerasan seksual yang belum direhabilitasi.   | individu |
| 3. | $T(t)$   | Populasi individu pelaku kekerasan seksual yang sedang menjalani rehabilitasi.  | individu |
| 4. | $R(t)$   | Populasi individu yang telah mengalami pemulihan perilaku sehingga tidak lagi memiliki kecenderungan melakukan kekerasan seksual. | individu |
| 5. | $t$      | Waktu.  | tahun    |

TABEL 2. Daftar parameter model perilaku kekerasan seksual dengan rehabilitasi

| No | Parameter  | Definisi  | Dimensi            |
|----|------------|---|--------------------|
| 1. | $b$        | Laju kelahiran alami.   | 1/tahun            |
| 2. | $\gamma_1$ | Laju perubahan perilaku individu rentan melalui konseling sehingga tidak lagi memiliki kecenderungan melakukan kekerasan seksual. | 1/tahun            |
| 3. | $\alpha$   | Laju interaksi atau penularan perilaku kekerasan seksual.   | 1/(individu·tahun) |
| 4. | $\gamma_2$ | Laju pelaku yang bersedia mengikuti program rehabilitasi.   | 1/tahun            |
| 5. | $\delta$   | Laju kegagalan program rehabilitasi.  | 1/tahun            |
| 6. | $r$        | Laju pelaku yang sembuh dengan rehabilitasi.  | 1/tahun            |
| 7. | $\mu$      | Laju kematian alami.  | 1/tahun            |

Interaksi antara individu dalam kompartemen rentan S dan kompartemen pelaku kekerasan seksual V menyebabkan berkurangnya populasi rentan serta bertambahnya populasi pelaku dengan laju sebesar  $\alpha SV$ . Selain itu, populasi rentan juga berkurang akibat keberhasilan program konseling dengan laju sebesar  $\gamma_1 S$ . Adapun populasi pelaku kekerasan yang bersedia mengikuti program rehabilitasi mempengaruhi berkurangnya populasi pelaku dengan laju sebesar  $\gamma_2 V$ . Keberhasilan program rehabilitasi juga menyebabkan bertambahnya populasi individu yang sembuh dengan laju sebesar  $rT$ . Sebaliknya, kegagalan program rehabilitasi mempengaruhi penambahan populasi pelaku kekerasan dengan laju sebesar  $\delta T$ . Dalam model ini, perpindahan dari kompartemen rentan S menuju kompartemen sembuh R tidak terkait dengan mekanisme kekebalan biologis sebagaimana pada model-model penyakit

menular. Sebaliknya, kompartemen R merepresentasikan individu yang telah mengalami peningkatan kapasitas psikososial melalui konseling, sehingga tidak lagi memiliki kecenderungan untuk melakukan kekerasan seksual. Pendekatan ini konsisten dengan model sosial berbasis perilaku yang digunakan pada penelitian [7], di mana perpindahan ke kompartemen recovered merepresentasikan keberhasilan intervensi perilaku. Oleh karena itu, istilah recovered tetap digunakan untuk menjaga konsistensi struktur model kompartemen, dengan pemaknaan yang disesuaikan pada konteks perubahan perilaku akibat keberhasilan intervensi. Berdasarkan asumsi yang digunakan dapat dibentuk model perpindahan dari tiap populasi pelaku kekerasan seksual dengan rehabilitasi pada Gambar 1.



GAMBAR 1. Diagram perpindahan model perilaku kekerasan seksual SVTR

Berdasarkan Gambar 1, model perilaku kekerasan seksual SVTR dapat dibentuk menjadi sistem persamaan diferensial nonlinear sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = b - \alpha SV - \mu S - \gamma_1 S, \tag{1.a}$$

$$\frac{dV}{dt} = \alpha SV - \mu V - \gamma_2 V + \delta T, \tag{1.b}$$

$$\frac{dT}{dt} = \gamma_2 V - \mu T - rT - \delta T, \tag{1.c}$$

$$\frac{dR}{dt} = rT + \gamma_1 S - \mu R. \tag{1.d}$$

dengan  $\alpha, \mu, \gamma_1, \gamma_2, \delta, r > 0$  dan nilai awal

$$(S(0), V(0), T(0), R(0)) \in \mathbb{R}_+^4.$$

**3.2. Validitas Model (Well-Posedness).** Pada bagian ini ditunjukkan bahwa model SVTR yang diajukan memenuhi syarat validitas secara alamiah (*valid with the condition in nature*). Validitas ini diperoleh dengan memastikan bahwa solusi model tetap berada dalam wilayah biologis, yaitu bernilai tidak negatif dan terbatas.

**Lemma 3.1.** *Model perilaku kekerasan seksual SVTR pada sistem Persamaan (1.a)–(1.d) terbukti terbatas dan memiliki lintasan yang selalu bernilai positif. Oleh karena itu, model tersebut well-posed, baik secara matematis maupun secara sosio-demografis [?].*

*Proof.* Kepositifan (*positivity*) pada sistem Persamaan (1.a)–(1.d) dibuktikan dengan menunjukkan bahwa setiap kompartemen tidak akan bernilai negatif. Pembuktian dilakukan dengan memeriksa nilai turunan ketika masing-masing kompartemen berada pada nilai nol, sebagai berikut.

Perhatikan Persamaan (1.a), pada saat  $S = 0$  diperoleh

$$\frac{dS}{dt} = b \geq 0. \quad (2.a)$$

Berikutnya, dari Persamaan (1.b), pada saat  $V = 0$  diperoleh

$$\frac{dV}{dt} = \delta T \geq 0. \quad (2.b)$$

Demikian juga, dari Persamaan (1.c), pada saat  $T = 0$  diperoleh

$$\frac{dT}{dt} = \gamma_2 V \geq 0. \quad (2.c)$$

Terakhir, dari Persamaan (1.d), pada saat  $R = 0$  diperoleh

$$\frac{dR}{dt} = rT + \gamma_1 S \geq 0. \quad (2.d)$$

Berdasarkan Persamaan (2.a)–(2.d), diperoleh bahwa setiap kompartemen memiliki turunan tidak negatif pada saat nilainya nol, sehingga lintasan solusi tidak dapat menuju wilayah negatif. Dengan demikian, berlaku

$$S(t) \geq 0, V(t) \geq 0, T(t) \geq 0, \text{ dan } R(t) \geq 0 \quad \text{untuk semua } t \geq 0.$$

Oleh karena itu, seluruh solusi sistem tetap berada pada kuadran nonnegatif  $\mathbb{R}_+^4$ .  $\square$

Sifat boundedness (terbatas) pada sistem Persamaan (1.a-1.d) dibuktikan sebagai berikut: Total populasi dari sistem Persamaan (1.a)–(1.d) dinyatakan sebagai

$$N(t) = S(t) + V(t) + T(t) + R(t). \quad (3)$$

Dengan menjumlahkan seluruh persamaan dalam sistem Persamaan (1.a)–(1.d), diperoleh

$$\frac{dN}{dt} = b - \mu N. \quad (4)$$

Persamaan (4) memiliki solusi eksplisit

$$N(t) = N(0)e^{-\mu t} + \frac{b}{\mu} (1 - e^{-\mu t}). \quad (5)$$

Dari Persamaan (5) tampak bahwa

$$0 \leq N(t) \leq \max \left\{ N(0), \frac{b}{\mu} \right\}, \quad \text{untuk semua } t \geq 0,$$

dan khususnya berlaku

$$\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = \frac{b}{\mu}.$$

Dengan demikian, total populasi  $N(t)$  tetap terbatas untuk setiap  $t \geq 0$ . Karena sistem Persamaan (1.a)–(1.d) terbukti terbatas dan memiliki lintasan solusi yang selalu bernilai positif, maka Lemma 1 terbukti. Oleh sebab itu, model perilaku kekerasan seksual *SVTR* bersifat *well-posed*, baik secara matematis maupun secara sosio-demografis.

**3.3. Titik Ekuilibrium Model.** Titik ekuilibrium diperoleh ketika sistem Persamaan (1.a)–(1.d) memenuhi kondisi

$$\frac{dS}{dt} = \frac{dV}{dt} = \frac{dT}{dt} = \frac{dR}{dt} = 0.$$

Sistem Persamaan titik ekuilibrium kekerasan seksual dari sistem Persamaan (1.a)–(1.d) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$b - \alpha SV - \mu S - \gamma_1 S = 0, \tag{6.a}$$

$$\alpha SV - \mu V - \gamma_2 V + \delta T = 0, \tag{6.b}$$

$$\gamma_2 V - \mu T - rT - \delta T = 0, \tag{6.c}$$

$$rT + \gamma_1 S - \mu R = 0. \tag{6.d}$$

Dari sistem Persamaan (6.a)–(6.d) dicari dua titik ekuilibrium, yaitu titik ekuilibrium bebas kekerasan seksual dan titik ekuilibrium endemik kekerasan seksual.

**3.3.1. Titik ekuilibrium bebas kekerasan seksual.** Misalkan  $E_1(S_1, V_1, T_1, R_1)$  adalah titik ekuilibrium bebas kekerasan seksual dari sistem Persamaan (6.a)–(6.d). Pada kondisi titik ekuilibrium bebas kekerasan seksual tidak terdapat kekerasan, yaitu  $V_1 = T_1 = 0$ . Oleh karena itu, dari sistem Persamaan (6.a)–(6.d) diperoleh titik ekuilibrium bebas kekerasan seksual

$$E_1(S_1, V_1, T_1, R_1) = \left( \frac{b}{\mu + \gamma_1}, 0, 0, \frac{\gamma_1 b}{\mu(\mu + \gamma_1)} \right).$$

**3.3.2. Titik ekuilibrium endemik kekerasan seksual.** Pada titik ekuilibrium endemik  $E_2(S_2, V_2, T_2, R_2)$ , kekerasan seksual tersebar di setiap wilayah, sehingga  $V_2 \neq 0$  dan  $T_2 \neq 0$ . Solusi titik ekuilibrium endemik  $E_2(S_2, V_2, T_2, R_2)$  dari sistem Persamaan (6.a)–(6.d) diperoleh sebagai berikut:

$$S_2 = \frac{1}{\alpha} \left( -\frac{\gamma_2 \delta}{\mu + r + \delta} + \mu + \gamma_2 \right), \tag{7.a}$$

$$V_2 = \frac{-b(\mu + r + \delta)}{\gamma_2 \delta - (\mu + r + \delta)(\mu + \gamma_2)} - \frac{\mu + \gamma_1}{\alpha}, \tag{7.b}$$

$$T_2 = \frac{\gamma_2}{\mu + r + \delta} \left( \frac{-b(\mu + r + \delta)}{\gamma_2 \delta - (\mu + r + \delta)(\mu + \gamma_2)} - \frac{\mu + \gamma_1}{\alpha} \right), \tag{7.c}$$

$$R_2 = \frac{r}{\mu} \frac{\gamma_2}{\mu + r + \delta} \left( \frac{-b(\mu + r + \delta)}{\gamma_2 \delta - (\mu + r + \delta)(\mu + \gamma_2)} - \frac{\mu + \gamma_1}{\alpha} \right) + \frac{\gamma_1}{\mu} \left( -\frac{\gamma_2 \delta}{\mu + r + \delta} + \mu + \gamma_2 \right). \tag{7.d}$$

“latex

**3.4. Angka Reproduksi Dasar.** Angka reproduksi dasar ( $R_0$ ) diperoleh dari nilai eigen terbesar pada *next generation matrix*  $K$ , yang didefinisikan sebagai berikut [10]:

$$R_0 = \rho(K), \tag{1}$$

dengan

$$K = FA^{-1}, \tag{2}$$

dan

$$F = \begin{pmatrix} \alpha b & 0 \\ \mu + \gamma_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} \mu + \gamma_2 & -\delta \\ -\gamma_2 & \mu + r + \delta \end{pmatrix}. \tag{3}$$

di mana  $\rho(K)$  adalah radius spektral dari matriks  $K$ ,  $F$  adalah matriks transmisi, dan  $A$  adalah matriks transisi. Berikutnya diperoleh

$$A^{-1} = \frac{1}{(\mu + \gamma_2)(\mu + r + \delta) - \gamma_2 \delta} \begin{pmatrix} \mu + r + \delta & \delta \\ \gamma_2 & \mu + \gamma_2 \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Lebih lanjut, diperoleh matriks  $K$  sebagai berikut:

$$K = \frac{1}{(\mu + \gamma_1)[(\mu + \gamma_2)(\mu + r + \delta) - \gamma_2\delta]} \begin{pmatrix} \alpha b(\mu + r + \delta) & \alpha b\delta \\ \alpha b(\mu + r + \delta) & \alpha b\delta \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{5}$$

Angka reproduksi dasar ( $R_0$ ) yang diperoleh dari matriks  $K$  adalah sebagai berikut:

$$R_0 = \frac{\alpha b(\mu + r + \delta)}{(\mu + \gamma_1)[(\mu + \gamma_2)(\mu + r + \delta) - \gamma_2\delta]}. \tag{6}$$

**3.5. Analisis Kestabilan Titik Ekuilibrium.** Analisis kestabilan dilakukan dengan melinearisasi sistem persamaan (1.a-1.d) di sekitar setiap titik ekuilibrium. Matriks Jacobi yang diperoleh adalah sebagai berikut:

$$J = \begin{pmatrix} -\alpha v - \mu - \gamma_1 & -\alpha S & 0 & 0 \\ \alpha v & \alpha S - \mu - \gamma_2 & \delta & 0 \\ 0 & \gamma_2 & -\mu - r - \delta & 0 \\ \gamma_1 & 0 & r & -\mu \end{pmatrix}. \tag{7}$$

**3.5.1. Kestabilan Titik Ekuilibrium Bebas Kekerasan Seksual.** Analisis kestabilan titik ekuilibrium bebas kekerasan seksual dilakukan dengan kondisi tidak terjadi kekerasan seksual dalam sistem. Kestabilan titik ekuilibrium ini ditentukan melalui pembuktian Teorema 3.2.

**Teorema 3.2.** *Jika  $R_0 < 1$  maka titik ekuilibrium bebas kekerasan seksual  $E_1$  bersifat stabil asimtotik lokal.*

*Proof.* Dengan mensubstitusi titik ekuilibrium bebas kekerasan seksual  $E_1$  ke dalam matriks (9), diperoleh matriks linearisasi di sekitar titik  $E_1$  sebagai berikut:

$$J_{E_1} = \begin{pmatrix} -\mu - \gamma_1 & -\frac{\alpha b}{\mu + \gamma_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\alpha b}{\mu + \gamma_1} - \mu - \gamma_2 & \delta & 0 \\ 0 & \gamma_2 & -\mu - r - \delta & 0 \\ \gamma_1 & 0 & r & -\mu \end{pmatrix} \tag{10}$$

Nilai eigen dari matriks (10) diperoleh dengan menyelesaikan persamaan karakteristik berikut:

$$|J_{E_1} - \lambda I| = \begin{vmatrix} -\mu - \gamma_1 - \lambda & -\frac{\alpha b}{\mu + \gamma_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\alpha b}{\mu + \gamma_1} - \mu - \gamma_2 - \lambda & \delta & 0 \\ 0 & \gamma_2 & -\mu - r - \delta - \lambda & 0 \\ \gamma_1 & 0 & r & -\mu - \lambda \end{vmatrix} = 0. \tag{11}$$

□

Nilai eigen dari  $J_{E_1}$  diperoleh dengan menyelesaikan persamaan karakteristik  $|J_{E_1} - \lambda I| = 0$ . Dengan menggunakan ekspansi kofaktor terhadap kolom ke-4 diperoleh  $\lambda_1 = -\mu$  dan  $\lambda_2 = -\mu - \gamma_1$ . Nilai eigen  $\lambda_3$  dan  $\lambda_4$  ditentukan oleh persamaan kuadrat berikut:

$$a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0. \tag{12}$$

dengan

$$\begin{aligned}
 a_2 &= 1, \\
 a_1 &= \left( \mu^2 + \mu\gamma_2 + \mu r + \mu\delta + \gamma_2 r - \frac{\mu^2 + \mu\gamma_2 + \mu r + \mu\delta + \gamma_2 r}{\mu + r + \delta} \right) \\
 &\quad + \left( \frac{\mu^2 + \mu\gamma_2 + \mu r + \mu\delta + \gamma_2 r}{\mu + r + \delta} \right) (1 - R_0), \\
 a_0 &= (\mu^2 + \mu\gamma_2 + \mu r + \mu\delta + \gamma_2 r) (1 - R_0) - \frac{1}{R_0(\mu + \gamma_1)} \\
 &\quad + \frac{\gamma_2 \delta}{\mu + r + \delta} + (\mu + r + \delta)(\mu + \gamma_2).
 \end{aligned}$$

Berdasarkan analisis persamaan kuadrat (12) terlihat bahwa  $a_0 > 0$ ,  $a_1 > 0$ , dan  $a_2 > 0$  jika  $R_0 < 1$ . Oleh karena itu, nilai eigen  $\lambda_3$  dan  $\lambda_4$  bernilai negatif. Akibatnya semua nilai eigen dari  $J_{E_1}$  bernilai negatif pada saat  $R_0 < 1$ . Berdasarkan kriteria Routh–Hurwitz, terbukti bahwa titik keseimbangan bebas kekerasan seksual  $E_1$  bersifat stabil asimtotik lokal. Dengan demikian, Teorema 3.2. terbukti benar. Secara biologis dan sosial, kondisi  $R_0 < 1$  menunjukkan bahwa setiap satu pelaku kekerasan seksual, secara rata-rata, menghasilkan kurang dari satu pelaku baru. Hal ini menggambarkan bahwa mekanisme pengendalian dalam sistem bekerja lebih kuat dibandingkan proses penularan perilaku kekerasan. Konseling terhadap populasi rentan ( $\gamma_1$ ) serta keberhasilan rehabilitasi pelaku ( $r$ ) berperan signifikan dalam mengurangi jumlah individu yang dapat menjadi pelaku. Sementara itu, nilai laju interaksi atau penularan perilaku kekerasan seksual ( $\alpha$ ) berada pada tingkat yang tidak cukup besar untuk mempertahankan keberlanjutan kekerasan. Akibatnya, populasi pelaku ( $V$ ) dan populasi pelaku yang sedang direhabilitasi ( $T$ ) menurun menuju nol, sehingga kekerasan seksual dalam masyarakat dapat hilang sepenuhnya. Stabilitasnya titik ekuilibrium bebas kekerasan seksual  $E_1$  secara biologis menunjukkan bahwa masyarakat dapat kembali berada dalam kondisi aman, dan intervensi yang dilakukan telah memadai untuk memutus rantai kekerasan seksual dalam jangka panjang.

3.5.2. *Kestabilan titik ekuilibrium endemik kekerasan seksual.* Analisis kestabilan titik ekuilibrium endemik dilakukan pada kondisi kekerasan seksual tetap ada dalam sistem. Kestabilan titik ekuilibrium endemik ditentukan melalui pembuktian Teorema 3.3.

**Teorema 3.3.** *Jika  $R_0 > 1$  maka titik ekuilibrium endemik kekerasan seksual  $E_2$  bersifat stabil asimtotik lokal.*

*Proof.* Dengan mensubstitusi titik ekuilibrium endemik kekerasan seksual  $E_2$ , diperoleh matriks linearisasi di sekitar titik  $E_2$  sebagai berikut:

$$J_{E_2} = \begin{pmatrix} -\alpha V_2 - \mu - \gamma_1 & -\alpha S_2 & 0 & 0 \\ \alpha V_2 & \alpha S_2 - \mu - \gamma_2 & \delta & 0 \\ 0 & \gamma_2 & -\mu - r - \delta & 0 \\ \gamma_1 & 0 & r & -\mu \end{pmatrix}. \tag{13}$$

Persamaan karakteristik dari matriks (13) adalah

$$|J_{E_2} - \lambda I| = \begin{vmatrix} -\alpha V_2 - \mu - \gamma_1 - \lambda & -\alpha S_2 & 0 & 0 \\ \alpha V_2 & \alpha S_2 - \mu - \gamma_2 - \lambda & \delta & 0 \\ 0 & \gamma_2 & -\mu - r - \delta - \lambda & 0 \\ \gamma_1 & 0 & r & -\mu - \lambda \end{vmatrix} = 0. \tag{14}$$

Nilai eigen dari  $J_{E_2}$  diperoleh dengan menyelesaikan  $|J_{E_2} - \lambda I| = 0$ . Dengan menggunakan ekspansi kofaktor terhadap kolom ke-4, diperoleh nilai eigen

$$\lambda_1 = -\mu.$$

Adapun tiga nilai eigen lainnya ditentukan dari persamaan polinomial berikut:

$$b_0\lambda^3 + b_1\lambda^2 + b_2\lambda + b_3 = 0. \tag{15}$$

dengan

$$b_0 = 1,$$

$$b_1 = R_0(\mu + \gamma_1) (\mu^2 + \mu\gamma_2 + \mu r + \mu\delta + \gamma_2 r) - R_0(\mu + \gamma_1) + \frac{\gamma_2\delta}{\mu + r + \delta},$$

$$b_2 = R_0(\mu + \gamma_1) \left( \frac{\mu^2 + \mu\gamma_2 + \mu r + \mu\delta + \gamma_2 r}{\alpha b} + 1 + \frac{\gamma_2\delta}{\mu + r + \delta} \right) + \alpha b R_0(R_0 - 1) + \frac{\gamma_2\delta}{\mu + r + \delta} - \gamma_2\delta,$$

$$b_3 = (R_0 - 1)(\mu + \gamma_1) (\mu^2 + \mu\gamma_2 + \mu r + \mu\delta + \gamma_2 r).$$

Berdasarkan persamaan polinomial (15), diperoleh bahwa  $b_0 > 0$ ,  $b_1 > 0$ , dan  $b_3 > 0$  untuk  $R_0 > 1$ . Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa  $b_1b_2 > b_3$  jika  $R_0 > 1$ , sebagai salah satu syarat kestabilan menurut kriteria Routh–Hurwitz. Perkalian  $b_1b_2$  dapat diekspansikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} b_1b_2 &= R_0^2(\mu + \gamma_1)^2 \left( \frac{\mu^2 + \mu\gamma_2 + \mu r + \mu\delta + \gamma_2 r}{\alpha b} + 1 \right)^2 \\ &+ R_0^2(\mu + \gamma_1)^2 \left( \frac{\mu^2 + \mu\gamma_2 + \mu r + \mu\delta + \gamma_2 r}{\alpha b} + 1 \right) \left( \frac{\gamma_2\delta}{\mu + r + \delta} \right) \\ &+ \alpha b R_0^2(R_0 - 1)(\mu + \gamma_1) \left( \frac{\mu^2 + \mu\gamma_2 + \mu r + \mu\delta + \gamma_2 r}{\alpha b} + 1 \right) \\ &+ R_0(\mu + \gamma_1) \left( \frac{\mu^2 + \mu\gamma_2 + \mu r + \mu\delta + \gamma_2 r}{\alpha b} + 1 + \frac{\gamma_2\delta}{\mu + r + \delta} \right) \left( \frac{\gamma_2\delta}{\mu + r + \delta} \right) \\ &+ \alpha b R_0(R_0 - 1) \left( \frac{\gamma_2\delta}{\mu + r + \delta} \right) + R_0(\mu + \gamma_1) \left( \frac{\mu^2 + \mu\gamma_2 + \mu r + \mu\delta + \gamma_2 r}{\alpha b} + 1 \right) \left( \frac{\gamma_2\delta}{\mu + r + \delta} - \gamma_2\delta \right). \end{aligned}$$

Dari bentuk ekspansi di atas terlihat bahwa sebagian besar suku pada  $b_1b_2$  merupakan suku positif, karena merupakan kombinasi perkalian parameter biologis yang semuanya bernilai positif ( $\mu > 0$ ,  $\gamma_1 > 0$ ,  $\gamma_2 > 0$ ,  $r > 0$ ,  $\delta > 0$ ) dan  $R_0 > 1$ . Satu-satunya suku yang berpotensi bernilai negatif adalah

$$\left( \frac{\gamma_2\delta}{\mu + r + \delta} - \gamma_2\delta \right) = \gamma_2\delta \left( \frac{1}{\mu + r + \delta} - 1 \right).$$

□

yang dapat bernilai positif maupun negatif, bergantung pada besar kecilnya  $\mu + r + \delta$ . Namun suku ini tetap berorde kecil dibandingkan suku-suku dominan dalam ekspansi  $b_1b_2$ , sehingga tidak memengaruhi nilai positif dari keseluruhan  $b_1b_2$ . Dengan demikian tetap diperoleh  $b_1b_2 > b_3$  untuk  $R_0 > 1$ .

Oleh karena seluruh syarat pada kriteria Routh-Hurwitz untuk polinomial orde tiga, yaitu:  $b_0 > 0, b_2 > 0, b_3 > 0$  dan  $b_1b_2 > b_3$  telah terpenuhi untuk  $R_0 > 1$ , maka semua akar polinomial karakteristik (15) yang merupakan nilai eigen  $\lambda_2, \lambda_3$  dan  $\lambda_4$  memiliki bagian real negatif. Dengan demikian, seluruh nilai eigen dari  $J(E_2)$  bernilai negatif pada saat  $R_0 > 1$ . Berdasarkan hasil tersebut, dapat disimpulkan bahwa titik ekuilibrium endemik  $E_2$  bersifat stabil asimtotik dengan syarat  $R_0 > 1$ . Sehingga Teorema 3.3. telah terbukti.

Kondisi  $R_0 > 1$  menunjukkan bahwa setiap satu pelaku kekerasan seksual secara rata-rata mampu menghasilkan lebih dari satu pelaku baru. Secara biologis dan sosial, kondisi ini menunjukkan bahwa proses penularan perilaku kekerasan melalui interaksi antara populasi

rentan dan pelaku ( $\alpha$ ) berlangsung lebih kuat dibanding mekanisme pengendalian dalam sistem. Tingkat keberhasilan konseling ( $\gamma_1$ ) dan rehabilitasi pelaku ( $r$ ) tidak cukup besar untuk menahan laju munculnya pelaku baru, sehingga populasi pelaku ( $V$ ) dan pelaku yang direhabilitasi ( $T$ ) tidak dapat menurun ke nol. Akibatnya, dinamika sistem bergerak menuju titik ekuilibrium endemik  $E_2$ , yang secara biologis menandakan bahwa kekerasan seksual akan menetap dalam masyarakat dan tidak hilang secara alami. Stabilitasnya titik ekuilibrium endemik ini mengisyaratkan bahwa intervensi yang ada belum memadai untuk menekan nilai  $R_0$ , sehingga peningkatan kualitas konseling dan rehabilitasi menjadi penting untuk mengurangi penyebaran perilaku kekerasan dalam jangka panjang.

**3.6. Simulasi Numerik.** Subbab ini akan menampilkan simulasi numerik dari model kekerasan seksual pada sistem Persamaan (1.a-1.d) dengan menggunakan aplikasi MATLAB. Simulasi numerik dibutuhkan untuk memastikan hasil perhitungan sesuai dengan realitas pergerakan model berdasarkan parameter-parameter yang digunakan pada penelitian.

**3.6.1. Simulasi model pada titik ekuilibrium bebas kekerasan seksual.** Penyelesaian numerik dilakukan dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat. Nilai awal dan nilai parameter yang digunakan pada simulasi titik ekuilibrium bebas kekerasan seksual diperoleh dari penelitian [7]. Nilai awal yang digunakan antara lain  $S = 800, V = 350, T = 150, R = 80$ . Sedangkan nilai parameter sebagai berikut:

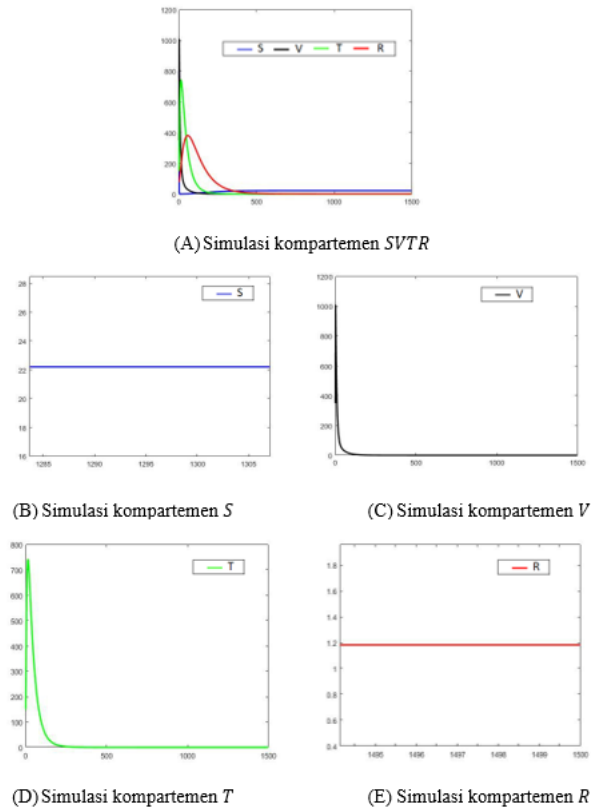
TABEL 3. Nilai parameter titik ekuilibrium bebas kekerasan seksual

| No | Parameter  | Nilai   | Sumber |
|----|------------|---------|--------|
| 1  | $b$        | 0,29    | [4]    |
| 2  | $\gamma_1$ | 0,00066 | [4]    |
| 3  | $\alpha$   | 0,004   | [4]    |
| 4  | $\gamma_2$ | 0,12    | Asumsi |
| 5  | $\delta$   | 0,01    | Asumsi |
| 6  | $r$        | 0,0166  | [4]    |
| 7  | $\mu$      | 0,0124  | [4]    |

Berdasarkan nilai parameter pada Tabel 3, dihasilkan perhitungan nilai  $R_0 = 0,87396$ . Dengan demikian disimpulkan bahwa  $R_0 < 1$ . Selain itu, hasil perhitungan nilai titik ekuilibrium bebas kekerasan seksual  $E_1 = (22, 2052; 0; 0; 1, 1819)$ . Hasil dari simulasi numerik dalam waktu  $t$  ditampilkan sebagai berikut:

Gambar 2(A) menunjukkan laju perubahan populasi rentan ( $S$ ), populasi pelaku yang belum direhabilitasi ( $V$ ), populasi pelaku yang sudah direhabilitasi ( $T$ ), dan populasi pelaku yang sembuh ( $R$ ) pada waktu  $0 \leq t \leq 1500$  dengan nilai  $R_0 < 1$ . Berikut deskripsi laju pertumbuhan masing-masing kompartemen:

- (1) Laju perubahan populasi rentan ( $S$ ). Laju perubahan kompartemen  $S$  mengalami penurunan mendekati 0 hingga bergerak meningkat menuju titik stabil pada angka 22,2052 sebagaimana Gambar 2(B). Penurunan populasi rentan dipengaruhi oleh adanya keberhasilan program konseling, perpindahan ke dalam populasi pelaku kekerasan akibat interaksi dengan pelaku, dan adanya kematian alami. Adapun peningkatan yang sempat terjadi dipengaruhi oleh kelahiran alami.
- (2) Laju perubahan populasi pelaku ( $V$ ). Laju perubahan kompartemen  $V$  menurun setiap waktu hingga mencapai 0 dan stabil pada angka tersebut, sebagaimana yang terlihat pada Gambar 2(C). Penurunan ini dipengaruhi oleh perpindahan populasi pelaku ke dalam populasi pelaku yang direhabilitasi dan adanya kematian alami.
- (3) Laju perubahan populasi pelaku yang direhabilitasi ( $T$ ). Berdasarkan Gambar 2(D) terlihat bahwa laju perubahan kompartemen  $T$  menurun setiap waktu hingga mencapai titik kestabilan pada angka 0. Penurunan populasi dipengaruhi oleh keberhasilan program rehabilitasi dan adanya kematian alami.



GAMBAR 2. Simulasi titik ekuilibrium bebas kekerasan seksual

- (4) Laju perubahan populasi sembuh (R). Pada awalnya laju perubahan kompartemen R meningkat hingga menurun kembali menuju titik stabil pada 1,1819 sebagaimana Gambar 2(E). Laju perubahan populasi R meningkat akibat pengaruh keberhasilan konseling populasi rentan dan keberhasilan dari program rehabilitasi pelaku kekerasan. Adapun penurunannya dipengaruhi oleh adanya kematian alami.

Berdasarkan pengamatan pada Gambar 2(A), 2(B), 2(C), 2(D), dan 2(E) didapatkan hasil bahwa lintasan populasi rentan kekerasan seksual S, pelaku kekerasan seksual V, pelaku yang sudah direhabilitasi T, dan pelaku yang sembuh R mendekati nilai titik kesetimbangan bebas kekerasan seksual  $E_1$ . Hasil simulasi menunjukkan bahwa jumlah pelaku kekerasan seksual  $V(t)$  dan individu dalam proses rehabilitasi  $T(t)$  menurun hingga mencapai nol, menandakan bahwa program konseling dan rehabilitasi bekerja secara efektif dalam menghentikan rantai penularan perilaku kekerasan. Sementara itu, populasi rentan  $S(t)$  bergerak menuju nilai stabil sekitar 22 individu. Meskipun sebagian kecil masyarakat tetap berada dalam kondisi rentan, mereka tidak lagi bertransisi menjadi pelaku sehingga tidak memicu munculnya kasus kekerasan baru. Di sisi lain, kompartemen  $R(t)$  mencapai nilai stabil positif, yang merefleksikan keberhasilan mekanisme pemulihan dan reintegrasi sosial. Secara sosial-biologis, dinamika ini menggambarkan situasi masyarakat yang kembali aman, di mana kekerasan seksual hilang secara dinamis dan sistem konsisten dengan hasil analitis model bahwa kondisi bebas kekerasan stabil ketika  $R_0 < 1$ .

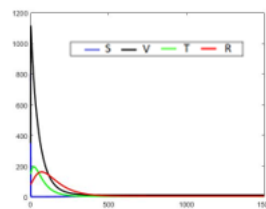
3.6.2. *Simulasi model pada titik ekuilibrium endemik kekerasan seksual.* Nilai awal yang digunakan pada simulasi titik ekuilibrium endemik kekerasan seksual adalah nilai yang sama dengan nilai awal pada titik ekuilibrium bebas kekerasan seksual antara lain  $S = 800, V =$

350,  $T = 150$ ,  $R = 80$ . Akan tetapi, perbedaannya terdapat pada penggunaan nilai parameter  $\gamma_2$ , sebagai berikut:

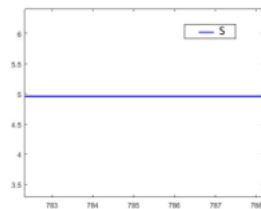
TABEL 4. Nilai parameter pada titik ekuilibrium endemik kekerasan seksual

| No | Parameter  | Nilai   | Sumber |
|----|------------|---------|--------|
| 1  | $b$        | 0,29    | [4]    |
| 2  | $\gamma_1$ | 0,00066 | [4]    |
| 3  | $\alpha$   | 0,004   | [4]    |
| 4  | $\gamma_2$ | 0,01    | Asumsi |
| 5  | $\delta$   | 0,01    | Asumsi |
| 6  | $r$        | 0,0166  | [4]    |
| 7  | $\mu$      | 0,0124  | [4]    |

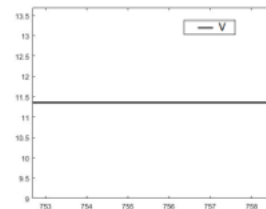
Berdasarkan nilai parameter pada Tabel 4, dihasilkan perhitungan nilai  $R_0 = 4,4778$ . Oleh karena itu disimpulkan bahwa  $R_0 > 1$ . Selain itu, hasil perhitungan nilai titik ekuilibrium endemik kekerasan seksual  $E_2 = (4,958974356; 11,35495863; 2,911527855; 4,16135925)$ . Hasil dari simulasi numerik dalam waktu  $t$  ditampilkan sebagai berikut:



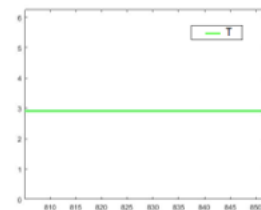
(A) Simulasi kompartemen SVTR



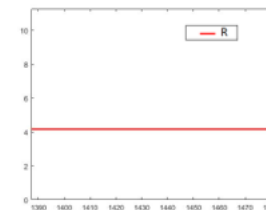
(B) Simulasi kompartemen S



(C) Simulasi kompartemen V



(D) Simulasi kompartemen T



(E) Simulasi kompartemen R

GAMBAR 3. Simulasi titik ekuilibrium endemik kekerasan seksual

Gambar 3(A) menunjukkan kompartemen S, V, T, dan R pada waktu  $0 \leq t \leq 1500$  dengan nilai  $R_0 > 1$ . Berikut deskripsi laju pertumbuhan masing-masing kompartemen :

- (1) Laju perubahan populasi rentan (S). Laju perubahan kompartemen S mengalami penurunan setiap waktu. Penurunan populasi rentan dipengaruhi oleh adanya keberhasilan program konseling, perpindahan ke dalam populasi pelaku kekerasan akibat interaksi dengan pelaku, dan adanya kematian alami. Berdasarkan Gambar 3(B) terlihat bahwa populasi ini akan terus menurun hingga stabil di titik 4,958974356.

- (2) Laju perubahan populasi pelaku (V). Laju perubahan kompartemen V juga menurun setiap waktu. Penurunan ini dipengaruhi oleh perpindahan populasi pelaku ke dalam populasi pelaku yang direhabilitasi dan adanya kematian alami. Berdasarkan Gambar 3(C) terlihat bahwa populasi ini akan terus menurun hingga stabil di titik 11,35495863.
- (3) Laju perubahan populasi pelaku yang direhabilitasi (T). Pada awalnya laju perubahan kompartemen T meningkat hingga bergerak menurun menuju 2,911527855 sebagaimana Gambar 3(D). Penurunan populasi dipengaruhi oleh keberhasilan program rehabilitasi dan adanya kematian alami.
- (4) Laju perubahan populasi sembuh (R). Berdasarkan Gambar 3(E), laju perubahan kompartemen R meningkat hingga menurun kembali menuju titik stabil pada 4,16135925. Laju perubahan populasi R meningkat akibat pengaruh keberhasilan konseling populasi rentan dan keberhasilan dari program rehabilitasi pelaku kekerasan. Adapun penurunannya dipengaruhi oleh adanya kematian alami.

Berdasarkan pengamatan pada Gambar 3(A), 3(B), 3(C), 3(D), dan Gambar 3(E), didapatkan hasil bahwa lintasan populasi rentan kekerasan seksual (S), pelaku kekerasan seksual (V), pelaku yang sudah direhabilitasi (T), dan pelaku yang sembuh (R) bergerak mendekati nilai endemik kekerasan seksual  $E_2$ . Hasil simulasi menunjukkan bahwa seluruh kompartemen dalam sistem bergerak menuju nilai positif, yang menandakan bahwa kekerasan seksual tidak menghilang dari populasi dan menetap sebagai keadaan endemik. Jumlah pelaku kekerasan seksual  $V(t)$  serta individu yang menjalani rehabilitasi  $T(t)$  berhenti pada jumlah tertentu yang tidak pernah mencapai nol, sehingga pelaku tetap ada dalam masyarakat dari waktu ke waktu. Populasi rentan  $S(t)$  menurun ke nilai yang sangat kecil, menggambarkan bahwa sebagian besar individu dalam populasi telah terpapar dinamika perilaku kekerasan. Sementara itu, kompartemen pemulihan  $R(t)$  mencapai titik seimbang, tetapi pemulihan tersebut tidak cukup besar untuk menekan keberadaan pelaku hingga hilang sepenuhnya. Secara keseluruhan, hasil simulasi ini menegaskan bahwa tanpa peningkatan signifikan pada efektivitas konseling dan rehabilitasi kekerasan seksual akan tetap bertahan sebagai fenomena endemik.

#### 4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian ini, model kekerasan seksual dengan pendekatan rehabilitasi menghasilkan titik ekuilibrium yang stabil secara konsisten. Terdapat dua titik ekuilibrium dari model yaitu titik ekuilibrium bebas kekerasan seksual dan titik ekuilibrium endemik kekerasan seksual. Titik ekuilibrium bebas kekerasan seksual bersifat stabil asimtotik dengan syarat  $R_0 < 1$  dan titik ekuilibrium endemik kekerasan seksual bersifat stabil asimtotik dengan syarat  $R_0 > 1$ . Hal tersebut menunjukkan bahwa kekerasan seksual akan menghilang jika  $R_0 < 1$  dan kekerasan seksual akan menetap pada populasi jika  $R_0 > 1$ . Hasil penelitian ini sejalan dengan penelitian-penelitian sebelumnya. Penelitian [7] menunjukkan bahwa penurunan jumlah pelaku dan korban kekerasan seksual dapat dicapai melalui peningkatan laju pemulihan, sedangkan penelitian [8] menegaskan bahwa interaksi antara pelaku kekerasan seksual dan populasi rentan merupakan faktor yang sangat menentukan dalam penyebaran kekerasan seksual. Temuan dalam penelitian ini memperkuat kedua hasil tersebut, karena program rehabilitasi terbukti mampu menurunkan tingkat interaksi pelaku serta meningkatkan laju pemulihan, yang secara langsung berkontribusi dalam menurunkan nilai  $R_0$ . Dengan demikian, model SVTR yang dikembangkan memberikan kontribusi baru berupa bukti matematis bahwa rehabilitasi dapat menjadi mekanisme pengendalian yang stabil dan efektif, serta melengkapi pendekatan hukuman yang digunakan dalam penelitian sebelumnya.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Basile, K.C., Smith, S.G., Kresnow, M., Khatiwada, S., Leemis, R.W., 2022, The National Intimate Partner and Sexual Violence Survey: 2016/2017 Report on Sexual Violence, National Center for Injury Prevention and Control, Centers for Disease Control and Prevention, Atlanta.

- [2] World Health Organization, 2021, Violence Against Women Prevalence Estimates 2018, World Health Organization, Geneva.
- [3] Komnas Perempuan Indonesia, 2023, Catatan Tahunan Komnas Perempuan Tahun 2023, Komnas Perempuan, Jakarta.
- [4] Koss, M. P., Gaines, J. A., 1993, The prediction of sexual aggression by alcohol use, athletic participation, and fraternity affiliation, *Journal of Interpersonal Violence*, Volume 8.
- [5] Basile, K.C., Smith, S.G., Breiding, M.J., Black, M.C., Mahendra, R., 2014, Sexual Violence Surveillance: Uniform Definitions and Recommended Data Elements, 2, Centers for Disease Control and Prevention National Center for Injury Prevention and Control, Atlanta.
- [6] Tyler, N., Gannon, T.A., Olver, M.E., 2021, Does treatment for Sexual Offending Work?, *Current Psychiatry Reports*. Volume 23.
- [7] Islam, K.N., Biswas M.H.A., 2020, Mathematical Assessment for the Dynamical Model of Sexual Violence of Women in Bangladesh, *International Conference on Industrial and Mechanical Engineering and Operations Management*, Volume: 26-27.
- [8] Bahri, S., Riyandi, H.R., Rudianto, Budi., 2024, Stability of the Dynamic Model of SVPR Sexual Violence Case, *Journal of Mathematics and Its Applications*, Volume 18.
- [9] Ibrahim, O.M., 2023, A Mathematical Model of Juvenile Delinquency in the New York A Mathematical Model of Juvenile Delinquency in the New York State, *Mathematical Modeling Research*, Rochester Institute of Technology, Rochester.
- [10] Driessche, P.N.D., Watmough, J., 2002, Reproduction Numbers and Sub-Threshold Endemic Equilibria for Compartmental Models of Disease Transmission, *Journal of Mathematical Biosciences*, Volume 180.

