

Penerapan Program GSTAT-R untuk Prediksi Kadar Abu Batubara di Lokasi Tidak Tersampel dengan Metode *Universal Kriging*

Annisa Nur Falah, Betty Subartini, Budi N. Ruchajana
Program Studi Matematika FMIPA Universitas Padjadjaran
Jl. Raya Bandung Sumedang Km 21 Jatinangor, Sumedang 45363
e-mail: annisanurfalah02@gmail.com, budinr@unpad.ac.id

ABSTRAK

Geostatistika merupakan perpaduan ilmu pertambangan, geologi, matematika, dan statistika. Data yang digunakan dalam geostatistika merupakan data *spasial* yakni nilai pengamatan berdasarkan lokasi. *Kriging* merupakan metode penaksiran yang menggunakan data *spasial* yang bertujuan untuk menaksir nilai di suatu lokasi, berupa titik atau blok berdasarkan informasi nilai-nilai dari lokasi lain di sekitar lokasi yang akan ditaksir. Dalam paper ini akan dibahas mengenai metode *universal kriging*, karena data yang diprediksi merupakan data yang tidak stasioner. *Universal kriging* adalah metode interpolasi data yang mempunyai kecenderungan *trend (drift)* tertentu atau metode penaksiran yang digunakan untuk menangani masalah *kenonstasioneran* dari data sampel. Dengan menggunakan program GSTAT-R perhitungan hasil prediksi di lokasi tidak tersampel pada metode *universal kriging* ini didapat dengan persamaan *trend (drift)* berorde satu. Prediksi kadar abu batubara dilokasi tidak tersampel pada program GSTAT-R dengan menggunakan metode *universal kriging* menghasilkan hasil prediksi yang akurat.

Kata kunci : data *spasial*, *kriging*, stasioner, *trend (drift)*, *universal kriging*.

1. Pendahuluan

Geostatistika merupakan perpaduan ilmu pertambangan, geologi, matematika, dan statistika [3]. Data yang dipergunakan dalam geostatistika merupakan data *spasial* yakni nilai pengamatan berdasarkan lokasi. Di dalam geostatistika terdapat suatu proses prediksi yang digunakan untuk melakukan estimasi cadangan mineral. G. Matheron menamakan proses prediksi ini sebagai *kriging* [4]. *Kriging* merupakan metode penaksiran yang menggunakan data *spasial*. Proses perhitungan *kriging* dapat dibedakan beberapa macam, yakni: *Point kriging*, *Block kriging*, *Co-kriging*, *Universal kriging*. *Universal kriging* adalah *kriging* dari data yang mempunyai kecenderungan *trend* tertentu. *Universal kriging* juga dapat diartikan sebagai metode penaksiran yang digunakan untuk menangani masalah *kenonstasioneran* dari data sampel. Sebagai contoh, data yang digunakan pada skripsi ini adalah data sekunder di dalam program GSTAT yang diberi nama data coalash, yaitu data kadar abu batubara yang diperoleh dari hasil eksplorasi Gomez dan Hazen pada tahun 1970 sebanyak 208 lokasi di daerah Greene County, Pennsylvania, Amerika Serikat.

Program GSTAT adalah sebuah program untuk model geostatistika, prediksi, dan simulasi dalam satu, dua, atau tiga dimensi yang terdiri dari perhitungan sampel variogram, cross variogram dan mencocokkan model. Pada awalnya program ini berdiri sendiri, namun pada tahun 2004 dibuat paket dalam *software* R sebagai salah satu paket pengolah data spasial yang berisi fungsi-fungsi atau perintah program pengolah aplikasi Geostatistika [2]. Sehingga dalam penelitian ini untuk menganalisis metode *Universal kriging* dapat menggunakan program GSTAT berbasis *software* R.

2. Semivariogram dan Metode Universal Kriging

3.

2.1 Semivariogram Eksperimental

Menurut [1] mengembangkan hipotesis intrinsik yang artinya bahwa rataan dan varians dari pergeseran $[Z(x+h) - Z(x)]$ tidak tergantung pada posisi lokasi x atau didefinisikan sebagai:

$$E[Z(x+h) - Z(x)] = 0 \quad (2.1)$$

$$\text{Var}[Z(x+h) - Z(x)] = 2\gamma(h) \quad (2.2)$$

Dengan fungsi $\gamma(h)$ disebut semivariogram.

Berdasarkan persamaan (2.1) dan (2.2) maka semivariogram eksperimental dapat didefinisikan :

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i + h) - Z(x_i)]^2 \quad (2.3)$$

Keterangan :

$\hat{\gamma}(h)$ = nilai semivariogram eksperimental dengan jarak h

$Z(x_i)$ = nilai pengamatan di titik x_i

$Z(x_i + h)$ = nilai pengamatan di titik $x_i + h$

$N(h)$ = banyaknya pasangan titik yang berjarak h

2.2 Model Semivariogram Teoretis

Semivariogram memberikan kuantifikasi obyektif, karena melibatkan jarak dan arah. Dalam hal ini dipilih tiga model semivariogram teoritis yaitu model Spheris, Gauss dan Ekspensial [1].

1. Spherical Model

$$\gamma(h) = \begin{cases} c \left[1,5 \left(\frac{h}{a} \right) - 0,5 \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right], & h < a \\ c, & h \geq a \end{cases} \quad (2.4)$$

2. Gaussian Model

$$\gamma(h) = \begin{cases} c \left[1 - \exp \left(\frac{-h^2}{a^2} \right) \right], & h < a \\ c, & h \geq a \end{cases} \quad (2.5)$$

3. Model Ekspensial

$$\gamma(h) = \begin{cases} c \left[1 - \exp \left(\frac{-h}{a} \right) \right], & h < a \\ c, & h \geq a \end{cases} \quad (2.6)$$

dengan :

h = jarak antar dua lokasi

c = Sill

a = range

2.2 Metode *Universal Kriging*

Universal kriging merupakan salah satu metode kriging yang memiliki asumsi bahwa rata-rata (mean) tidak konstan. Jika $m(x)$ adalah persamaan *trend (drift)*, dengan persamaan sebagai berikut [4]:

$$m(x) = \sum_{l=0}^n a_l f_l(x)$$

Karena m tidak konstan, maka diperoleh estimator *universal kriging* sebagai berikut:

$$\hat{Z}(x_0) - m = \sum_{i=1}^k \lambda_i [Z(x_i) - m]$$

$$\hat{Z}(x_0) - m(x) = \sum_{i=1}^k \lambda_i [Z(x_i) - m(x)]$$

$$\hat{Z}(x_0) = m(x) + \sum_{i=1}^k \lambda_i [Z(x_i) - m(x)]$$

3. Tahap Pencocokan Model Semivariogram Teoritis dengan Semivariogram Eksperimental

Sebelum melakukan pencocokan model semivariogram teoritis dengan semivariogram eksperimental diperlukan beberapa tahap. Tahap pertama yaitu menginputkan data. Aktifkan GSTAT dengan mengetikkan perintah tersebut:

```
> library(sp)
> library(gstat)
```

Setelah pengaktifan program GSTAT, input dataset coalash dengan cara sebagai berikut:

```
> data(coalash)
```

Tahap kedua adalah menghitung semivariogram eksperimental pada GSTAT dengan melibatkan fungsi variogram yaitu:

```
> v.coalash1<-variogram(object,data)
```

Keterangan:

v.coalash1 : Nama hasil perhitungan semivariogram ekperimental
object : Objek data yang digunakan dengan koordinat data
data : Nama dataset

Untuk menampilkan nilai semivariogram eksperimental dan menampilkan dalam diagram pencar dapat menggunakan perintah sebagai berikut:

```
> print(v.coalash1)
> plot(v.coalash1)
```

Tahap ketiga adalah menghitung semivariogram teoritis pada GSTAT, perintah yang dapat digunakan adalah:

```
> v.coalash2<-vgm(psill=varians,model="Exp",range)
```

Keterangan:

v.coalash2 : Hasil dari penentuan model dasar semivariogram eksponensial.
psill : Nilai variansi dari data yang digunakan.
model : Jenis model yang digunakan.
range : Jarak pada sumbu mendatar yang mengandung *sill*.

Setelah diperoleh model semivariogram eksponensial, tahap keempat adalah tahap pencocokan model semivariogram eksponensial dengan semivariogram eksperimental menggunakan perintah:

```
> v.coalash3<-fit.variogram(v.coalash1,v.colash2)
```

Keterangan:

v.coalash3 : Hasil dari pencocokan model semivariogram eksponensial dengan semivariogram eksperimental.

Pada proses ini, terjadi pengulangan dalam menentukan nilai range pada model semivariogram eksponensial untuk mendapatkan hasil $\psi_{sill} = \text{varians}$. Untuk melihat hasil dari pencocokan model semivariogram eksponensial dengan semivariogram eksperimental dapat menggunakan perintah:

```
> plot(v.coalash1,model=v.coalash3)
```

3.1 Prediksi Nilai yang Tidak Tersampel Menggunakan Metode *Universal Kriging*

Universal kriging adalah *kriging* dari data yang mempunyai kecenderungan *trend* tertentu. Metode *Universal kriging* adalah metode penaksiran yang digunakan untuk menangani masalah *kenonstasioneran* dari data sampel. Tujuan utama dari metode *Universal kriging* adalah untuk menghasilkan nilai taksiran dengan variansi minimum.

Dalam menentukan koefisien persamaan *trend (drift)* orde satu dapat menggunakan perintah sebagai berikut:

```
> fit<-lm(coalash~x+y)
```

Selanjutnya adalah menghitung prediksi nilai yang tidak tersampel dengan menggunakan metode *Universal kriging* dapat menggunakan perintah:

```
> uk<-krige(coalash~x+y,locations,newdata,model)
```

Keterangan:

Newdata : Lokasi data yang akan diestimasi.

Model : Model *fitting* semivariogram eksperimental dan semivariogram Eksponensial

4. Pembahasan

4.1 Program GSTAT pada Data Coalash

Data Penelitian yang digunakan adalah data sekunder dalam program R. Dataset yang diambil bernama data coalash yaitu data kadar abu batubara yang diperoleh dari hasil eksplorasi Gomez dan Hazen.

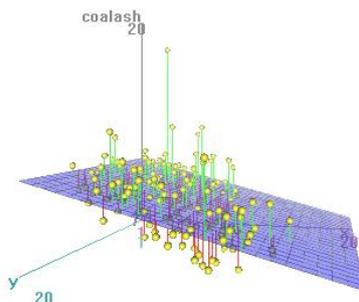
Tabel 4.1 Data Kadar Abu Batubara pada Tahun 1970 sebanyak 208 lokasi di Daerah Greene County, Pennsylvania, Amerika Serikat.

Lokasi ke-	x (m)	y (m)	Coalash (ppm)
1	1	14	10.21
2	1	15	9.92
...
207	15	19	9.91
208	16	17	9.07

Sumber: Dataset pada Program R 3.1.1

Dengan menggunakan program R.3.1.1 penyebaran data kadar abu batubara dapat dilihat dengan menggunakan perintah berikut:

Klik Graphs pada menu bar R commander -> 3D Graph sehingga akan tampak seperti pada Gambar 4.1



Gambar 4.1 Sebaran Data Abu Batubara pada Diagram Pencar Sumbu x , y dan z .

Selanjutnya data dari Tabel 4.1 dapat diringkas, seperti terlihat pada Gambar 4.2, dengan menggunakan perintah:

```
> summary(coalash)
```

Berikut merupakan hasil ringkasan data kadar abu batubara pada Tabel 4.1

Tabel 4.2 Statistika Deskriptif Data Kadar Abu Batubara (Coalash)

	x (m)	y (m)	Coalash (ppm)
Minimum	1.000	1.00	7.000
1st Quartil	5.000	8.00	8.960
Median	7.000	13.00	9.785
Mean	7.534	12.91	9.779
3rd Quartil	10.000	18.00	10.568
Maximum	16.000	23.00	17.610

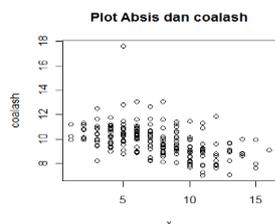
Table 4.2 memperlihatkan ringkasan data berdasarkan titik koordinat x (*absis* x) yang memiliki nilai minimum 1,000 m dan maksimum 16,000 m , koordinat y (*ordinat* y) memiliki nilai minimum 1,00 m dan nilai maksimum 23,00 m , sedangkan untuk kadar abu batubara (*coalash*) memiliki nilai minimum 7,000 ppm dan maksimum 17,610 ppm .

4.2 Pengujian Stasioneritas

Pada *ordinary kriging* diperlukan asumsi data yang bersifat stasioner orde dua, sedangkan pada *universal kriging* stasioneritas orde dua tidak berlaku, sehingga dari keseluruhan data tersebut dilakukan plotting data untuk dapat mengetahui apakah data yang diperoleh stasioner atau tidak. Kestasioneritasan akan terlihat setelah titik-titik kandungan tersebut di plotkan dan akan terlihat apakah data memiliki kecenderungan *trend* atau tidak. Berikut ini adalah plot sebaran data berdasarkan Tabel 4.1

Plot Absis dan Kadar Abu Batubara

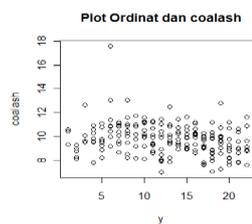
(a)



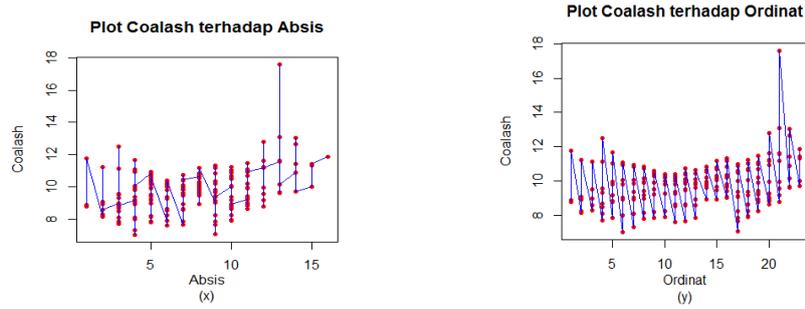
(c)

Plot Ordinat dan Kadar Abu Batubara

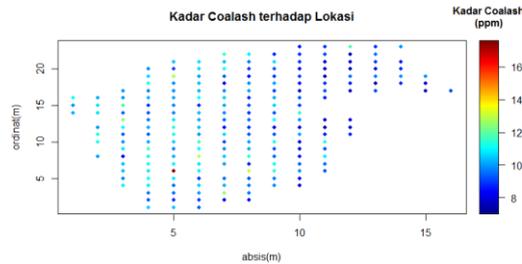
(b)



(d)

Gambar 4.2 Plot Sebaran Kadar Abu Batubara Berdasarkan Koordinat x,y

Dari hasil plot pada Gambar 4.2 menunjukkan sebuah lengkungan atau dengan kata lain plot dari ke-208 data pada Tabel 4.1 tersebut memiliki kecenderungan *trend*, sehingga plot data di atas dapat digolongkan ke dalam variabel *non-stasioner*. Kestasioneran juga dapat dibuktikan dengan ada atau tidaknya sebuah gradasi warna dari data tersebut, sehingga Tabel 4.1 di plotkan kedalam grafik sebagai berikut:

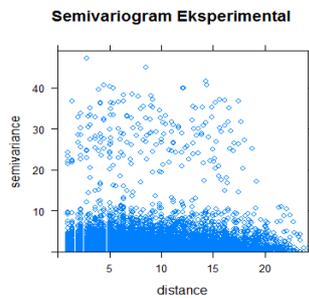


Gambar 4.3 Plot Sebaran Data Kadar Abu Batubara Berdasarkan Titik Koordinat Sampel

Gambar 4.3 memperlihatkan sumbu x dan sumbu y sebagai koordinat lokasi, sedangkan titik-titik yang tersebar menunjukkan kadar abu batubara (Coalash) dan warna dari titik-titik tersebut tergantung dari koordinat lokasinya. Jika diamati secara keseluruhan terdapat gradasi warna dari biru muda ke biru tua, sehingga dapat dikatakan bahwa plot tersebut mengandung kecenderungan *trend* tertentu karena menunjukkan gradasi warna yang cukup signifikan.

4.3 Semivariogram Eksperimental *Universal Kriging*

Dalam menghitung semivariogram *universal kriging* perlu dibuat pasangan data tersampel dengan $C(n,2)$ dimana n adalah banyaknya data. Dari Tabel 4.1 diketahui bahwa titik observasi pengamatan berjumlah 208 titik sampel, maka dengan $C(n,2)$ atau $C(208,2)$ dihasilkan sejumlah 21.528 pasangan sampel. Dengan menggunakan program R.3.1.1 pasangan data dapat dilihat dalam plot sebagai berikut:



Gambar 4.4 Semivariogram Eksperimental Kadar Abu Batubara

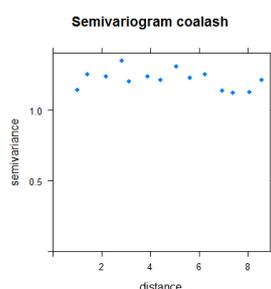
Pada Gambar 4.4 akan sangat sulit dalam menentukan model semivariogram teoritis yang cocok, sehingga diperlukan perhitungan dengan menggunakan semivariogram empiris untuk memperoleh plot rata-rata dari nilai semivariogram ($\gamma(h)$) terhadap jarak h .

Untuk dapat mengetahui model semivariogram teoritis yang cocok digunakan, terlebih dahulu dicari rata-rata dari nilai semivariogramnya, dengan bantuan program R.3.1.1 diperoleh nilai rata-rata semivariogram dari pasangan data yang diperlihatkan dalam tabel berikut:

Tabel 4.3 Nilai Semivariogram Beserta Pasangan Data dan Jaraknya

No	Banyaknya pasangan	Jarak	Semivariogram Eksperimental
1	369	1	1.142218
2	350	1.414214	1.254471
3	975	2.155926	1.242048
4	300	2.828427	1.352912
5	870	3.107626	1.202985
6	1323	3.885617	1.241069
7	740	4.394294	1.213062
8	1142	5.039712	1.310886
9	1042	5.611716	1.232801
10	1345	6.226004	1.256601
11	1019	6.933935	1.138916
12	939	7.363697	1.126644
13	1243	8.038779	1.128834
14	609	8.554841	1.216985

Tabel 4.3 menunjukkan nilai rata-rata dari semivariogram empiris kadar abu batubara. Hal ini memperlihatkan bahwa dari hasil pengolahan semivariogram eksperimental sebanyak 21.528 pasangan sampel, diperoleh sejumlah titik rata-rata dari pasangan sampel pada masing-masing kelas dan jarak dari setiap pasangan sampel dengan nilai semivariogram empirisnya.



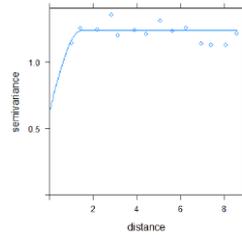
Gambar 4.5 Rata-rata Semivariogram Eksperimental Kadar Abu Batubara

Dari Gambar 4.5 kemudian dilakukan pemilihan model semivariogram teoritis yang terbaik dengan cara *fitting* model semivariogram teoritis yang sesuai dengan semivariogram pada Gambar 4.5.

4.4 *Fitting Model Semivariogram Teoritis*

4.4.1 Pendekatan Model Semivariogram Teoritis *Spherical*

Dalam program R.3.1.1 model semivariogram teoritis *Spherical*, nama model ditulis “Sph” yang artinya *Spherical*. Berikut grafik model semivariogram teoritis *Spherical*:

Gambar 4.6 Model Semivariogram Teoritis *Spherical*

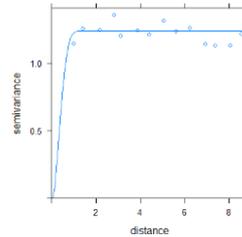
Selanjutnya didapat nilai *nugget*, *sill*, dan *range* dari model semivariogram teoritis *Spherical* sebagai berikut:

Tabel 4.4 Nilai *Nugget Effect*, *Sill* & *Range* Model Semivariogram Teoritis *Spherical*

Model	<i>Nugget Effect</i>	<i>Sill</i>	<i>Range</i>
<i>Spherical</i>	0.639837	1.406362	0.597666

4.4.2 Pendekatan Model Semivariogram Teoritis *Gaussian*

Dalam program R.3.1.1 model semivariogram teoritis *Gaussian*, nama model ditulis “Gau” yang artinya *Gaussian*. Berikut grafik model semivariogram teoritis *Gaussian*:

Gambar 4.7 Model Semivariogram Teoritis *Gaussian*

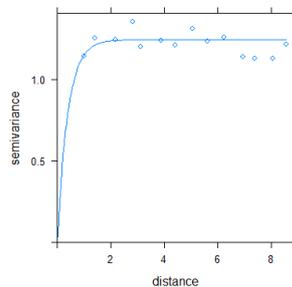
Selanjutnya didapat nilai *nugget*, *sill*, dan *range* dari model semivariogram teoritis *Gaussian* sebagai berikut:

Tabel 4.5 Nilai *Nugget Effect*, *Sill* & *Range* Model Semivariogram Teoritis *Gaussian*

Model	<i>Nugget Effect</i>	<i>Sill</i>	<i>Range</i>
<i>Gaussian</i>	0	1.241123	0.4820141

4.4.3 Pendekatan Model Semivariogram Teoritis Eksponensial

Dalam program R.3.1.1 model semivariogram teoritis Eksponensial, nama model ditulis “Exp” yang artinya Eksponensial. Berikut grafik model semivariogram teoritis Eksponensial:



Gambar 4.8 Model Semivariogram Teoritis Eksponensial

Selanjutnya didapat nilai *nugget*, *sill*, dan *range* dari model semivariogram teoritis Eksponensial sebagai berikut:

Tabel 4.6 Nilai *Nugget Effect, Sill & Range* Model Semivariogram Teoritis Eksponensial

Model	<i>Nugget Effect</i>	<i>Sill</i>	<i>Range</i>
Eksponensial	0	1.24426	0.3863591

4.5 Penentuan Model Semivariogram Teoritis Terbaik

Model semivariogram teoritis terbaik diperoleh dengan menghitung jumlah kuadrat *error* di setiap lag. Besarnya *error* diperoleh dari selisih nilai semivariogram eksperimental dengan nilai semivariogram teoritis di setiap lag. Dengan menggunakan program R.3.1.1 dapat dilihat nilai *error* dari model semivariogram teoritis adalah sebagai berikut:

Tabel 4.7 Perhitungan Jumlah Kuadrat *Error* Model Semivariogram Teoritis

MSE Model Semivariogram Teoritis		
Spherical	Gaussian	Eksponensial
0.148427	0.1276118	0.1112263

Berdasarkan Tabel 4.7 dari ketiga model semivariogram teoritis tersebut, model semivariogram teoritis terbaik yang dipilih adalah model semivariogram teoritis eksponensial, karena memiliki jumlah kuadrat *error* paling minimum diantara model semivariogram teoritis *spherical* dan *gaussian*, dengan jumlah kuadrat *error* sebesar 0.1112263.

4.6 Menentukan Orde Persamaan *Trend (Drift)*

Universal kriging adalah *kriging* dari data yang mempunyai kecenderungan *trend* tertentu.. Dalam paper ini orde dari persamaan *trend (drift)* dibatasi yaitu orde satu, karena bentuk persamaannya lebih sederhana. Dengan menggunakan program R.3.1.1 dapat dicari koefisien dari persamaan *trend (drift)* dengan menggunakan perintah tersebut:

```
> fit<-lm(coalash~x+y)
```

Dengan menggunakan perintah di atas maka didapat koefisien dari persamaan *trend (drift)* sebagai berikut:

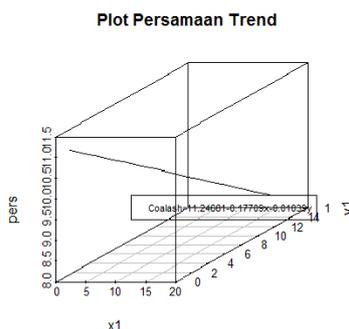
Tabel 4.8 Koefisien Persamaan *Trend (Drift)*

Koefisien		
Intercept	<i>x</i>	<i>y</i>
11.24681	-0.17709	-0.01039

Berdasarkan Tabel 4.8 diperoleh hasil dari persamaan *trend (drift)* berorde satu sebagai berikut:

$$m(x) = m(x, y) = 11.24681 - 0.17709x - 0.01039y$$

Jika persamaan diatas digambar dalam grafik 3D, akan terlihat pada Gambar 4.9 sebagai berikut:



Gambar 4.9 Plot Persamaan *Trend (drift)*

Pada persamaan *trend (drift)* berikut $m(x)$ merupakan kadar coalash dan x merupakan koordinat (*absis x*) sedangkan y merupakan koordinat (*ordinat y*). Artinya ketika nilai dari *absis x* sama dengan nol dan nilai dari *ordinat y* sama dengan nol, maka kadar coalash akan sama dengan nilai *intercept* sebesar 11.24681. Jika nilai dari *absis x* bergeser satu satuan maka kadar coalash akan berkurang sebesar 0.17709 sedangkan jika *ordinat y* bergeser satu satuan maka kadar coalash akan berkurang sebesar 0.01039.

4.7 Prediksi Kadar Abu Batubara Menggunakan Metode *Universal Kriging*

Data yang akan diprediksi sebanyak 5 lokasi yang sebelumnya telah diketahui lokasi sampel koordinatnya. Kemudian dengan menggunakan program R.3.1.1 maka diperoleh hasil prediksi beserta variansinya. Berikut merupakan tabel hasil prediksi:

Tabel 4.9 Prediksi Kadar Abu Batubara

Lokasi	Koordinat	Prediksi Kadar Coalash (ppm)	Variansi
1	(2,9)	10.526821	0.67866
2	(3,3)	10.29427	0.794787
3	(7,6)	10.459892	0.603024
4	(13,16)	8.67981	0.926539
5	(14,24)	9.670573	1.038263

Berdasarkan Tabel 4.9 diperoleh bahwa hasil prediksi dan variansi kadar abu batubara di 5 lokasi tidak tersampel nilainya bervariasi, tidak cenderung naik atau tidak cenderung turun, hal ini dikarenakan jenis data yang diprediksi merupakan data yang tidak stasioner atau mempunyai kecenderungan *trend (drift)* sehingga hasil dari prediksinya bervariasi.

Tabel 4.10 Statistika Deskriptif Data Prediksi Kadar Abu Batubara (Coalash)

	Prediksi Kadar Coalash	Variansi
Minimum	8.680	0.6030
1 st Quartil	9.671	0.6787
Median	10.294	0.7948
Mean	9.926	0.8083
3 rd Quartil	10.460	0.9265
Maximum	10.527	1.0383

Setelah melakukan beberapa tahapan dalam memprediksi kadar abu batubara di lokasi tidak tersampel dengan menggunakan metode *universal kriging*, diperoleh model semivariogram teoritis yang terbaik adalah model semivariogram teoritis eksponensial dengan nilai *nugget effect* sebesar 0, nilai *sill* sebesar 1.24426 dengan nilai *range* sebesar 0.3863591. Proses prediksi dengan metode *universal kriging* ini merupakan proses prediksi data yang tidak stasioner atau memiliki kecenderungan *trend (drift)* tertentu, dengan menentukan orde dari persamaan *trend (drift)* yang berorde satu maka didapat nilai untuk *absis x* sebesar 0.17709 dan nilai untuk *ordinat y* sebesar 0.01039.

5. Kesimpulan

Prosedur GSTAT-R dalam menghitung prediksi di lokasi tidak tersampel dengan metode *universal kriging* meliputi tahapan sebagai berikut:

- Pengujian stasioneritas dengan cara plot sebaran data.
- Proses perhitungan nilai semivariogram eksperimental.
- Fitting* model semivariogram teoritis yang terbaik dengan cara mencari jumlah kuadrat *error* minimum.
- Mencari koefisien dari persamaan *trend (drift)* berorde satu yang melibatkan fungsi \ln .
- Proses prediksi di lokasi tidak tersampel dengan menggunakan metode *universal kriging*.

Selain itu dengan menggunakan program GSTAT-R yang diaplikasikan pada dataset Coalash, model semivariogram teoritis yang terbaik adalah model semivariogram teoritis eksponensial. Selain itu, nilai kadar abu batubara di 5 lokasi tidak tersampel dapat diestimasi beserta variansi estimasinya dengan nilai yang bervariasi, dikarenakan data yang diestimasi tidak stasioner atau memiliki kecenderungan *trend (drift)*.

Daftar Pustaka

- [1] Armstrong, M. 1998. *Basic Linear Geostatistics*. New York: Springer-veriag berlin heidelberg.
- [2] Bivand, R. Pebesma, E. and Rubio,V. 2013. *Applied Spatial Data Analysis with R (Second Edition)*. New York. Springer.
- [3] Cressie, N. A. C. 1993. *Statistics For Spatial Data*. New York: John Wiley and Sons, Inc. New York.
- [4] Olea, R. A. 1999. *Geostatistics for engineers and earth scientists*. Kluwer Academic Publishers. United States of America.

